



Univerzitet u Beogradu
Fizički fakultet

Sonja Predin

Koegzistencija topološke
superprovodnosti i
antiferomagnetizma

Diplomski rad

Mentor: dr. Milica V. Milovanović

Beograd, jul 2012.

Zahvalnica

Ovaj diplomski rad je urađen u Labaratoriji za primenu računara na Institutu za fiziku u Zemunu pod rukovodstvom dr. Milice Milovanović.

Želela bih da joj se ovom prilikom zahvalim na zajedničkom radu, neiscrpnom entuzijazmu, pomoći i podršci. Takođe, želela bih da joj se zahvalim na uvodu u ovu oblast fizike, kojom ću se u budućnosti baviti, i što je tako posredno uticala na moj život.

U Beogradu, Jul 2012.

1 Grafen

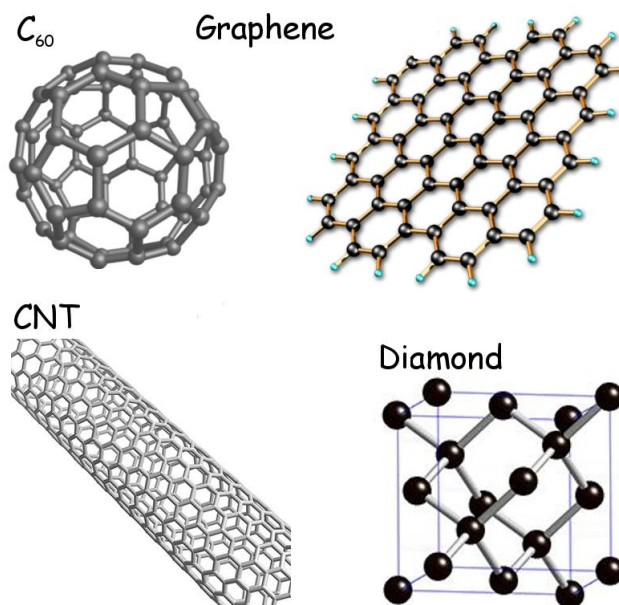
Ugljenik predstavlja ključni gradivni i funkcionalni element celokupnog živog sveta na Zemlji. Zavidljujuća je sposobnost ugljenika da obrazuje složene strukture i samim tim i veoma brojna i raznovrsna organska jedinjenja, koja su od suštinskog značaja za živi svet. Ugljenik formira mnoge alotropske modifikacije. Sve do nedavno bile su poznate samo trodimenzionalne (dijamant i grafit), jednodimenzionalne (nanotube) i nultodimenzionalne (fulereni). Dvodimenzionalni oblik nije bio poznat do skoro.

Ravanski sloj ugljenika uređenih u dvodimenzionalnu šestougaoanu rešetku nazvan je grafen. Sve do 2004. postojalo je generalno uverenje 1) da jedan sloj ne može biti stabilan u osnovnom stanju zbog termodinamičke nestabilnosti i 2) da i ukoliko bi i bio stabilan, bilo bi nemoguće izolovati ga i tako njegove osobine ne bi mogle sistematski da se proučavaju. Te godine, Andre Geim i Konstantin Novoselov, obojica sa Univerziteta u Mančesteru, pokazali su da su obe ove tvrdnje netačne: oni su kreirali sloj grafena debljine jednog atoma izdvajajući ga iz sloja grafita koristeći selotejp i okarakterisali ga pomoću mikroskopa na vrhu SiO_2 supstrata. Za svoje otkriće Geim i Novosel nagrađeni su Nobelov nagradom za fiziku 2010. godine. Eksperimentalne i teorijske studije grafena postale su glavni problem istraživanja moderne fizike kondenzovanog stanja.

1.1 Kristalna struktura grafena

U periodnom sistemu elemenata ugljenik je šesti element i pripada IV grupi. Elektronska struktura izolovanog atoma ugljenika je $1s_2 2s_2 2p_2$. Dva elektrona su jako spregnuta u $1s_2$ orbitali i ostaju manje ili više inertni, dok $2s_2 2p_2$ valentne orbitale sadrže četiri slabije vezana elektrona. Glavnu ulogu u formiranju kovaletnih veza imaju $2s$, $2p_x$, $2p_y$, $2p_z$ orbitale. Mešanje $2s$ i $2p$ atomskih orbitala naziva se hibridizacija. Jedan $2s$ elektron meša se sa jednim, dva ili tri $2p$ elektrona i to se naziva sp^n hibridizaciji, gde je n broj $2p$ elektrona.

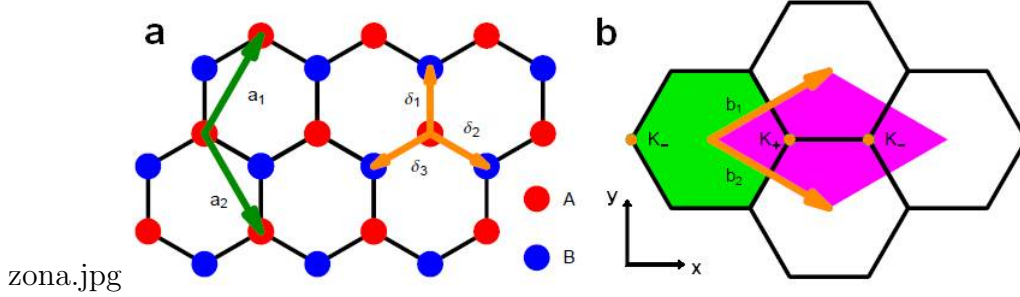
Grafen je ugljenička struktura debljine jednog atoma uređenih u dvodimenzionalnu šestougaoanu rešetku. Šestougaoana rešetka grafena nije Bravaisova, već se može opisati preko dve trougaone podrešetke A i B (slika 1) ili, ekvivalentno, preko trougaone rešetke čiji bazis čini par susednih atoma tipa A i tipa B. Usled toga jedinična ćelija sadrži dva atoma, jedan tipa A i jedan tipa B. Vektori tipa $\vec{a}_1 = a(1/2, \sqrt{3}/2)$ i $\vec{a}_2 = a(1/2, -\sqrt{3}/2)$ prikazani na slici 2. su vektori primitivnih translacija rešetke, gde je $a = \sqrt{3}a_{cc}$ konstanta podrešetki i $a_{cc} = 1.42 \text{ \AA}$ rastojanje između dva najbliža atoma



Slika 1: Alotropske modifikacije grafena: C₆₀-gornji levi ugao; grafen-gornji desni ugao; nanotube-donji levi ugao; dijamant-donji desni ugao.

ugljenika. Odgovarajući vektori recipročne rešetke su $\vec{b}_1 = 2\pi/a(1, 1/\sqrt{3})$ i $\vec{b}_2 = 2\pi/a(1, -1/\sqrt{3})$ i za njih važi $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_j = 2\pi\delta_{ij}$. Oni su prikazani na slici 2. zajedno sa simetričnom i pomerenom Brillouinovom zonom. Temena simetrične Brillouinove zone nazivaju se K tačkama i njihove koordinate su $\pm 2\pi/a(1, 1/\sqrt{3})$, $\pm 2\pi/a(1, -1/\sqrt{3})$ i $\pm 2\pi/a(2/3, 0)$. Samo dve tačke su neekvivalentne i uzećemo da su to $K_{\pm} = 2\pi/a(2/3, 0)$ tako da pripadaju pomerenoj Brillouinovoj zoni. Svaki atom tipa A na mestu $\vec{n} = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{b}_2$, povezan je sa najbližim atomima tipa B vektorima $\delta_1 = a(0, 1/\sqrt{3})$, $\delta_2 = a/2(1, -1/\sqrt{3})$ i $\delta_3 = a/2(-1, -1/\sqrt{3})$, koji su prikazani na slici 2.

Atomi ugljenika u ravni grafena povezani su jakim kovalentnim σ -vezama koje se dobijaju sp^2 hibridizacijom atomskih $2s$, $2p_x$ i $2p_y$ orbitala. Tri sp^2 orbitale su orijentisane u xy ravni i ugao između njih 120° . Preostale atomske $2p_z$ orbitale su normalne na ravan grafena, slabo se preklapaju i odgovorne su za formiranje π veza. Ta činjenica omogućava uspešnu primenu modela jake veze za nalaženje elektronske strukture grafena. Hamiltonijan koji odgovara najjednostavnijem opisu orbitala u kojem se zanemaruje preklapanje atomskih $2p_z$ orbitala i uzima u obzir efekat izmene samo između najbližih atoma ugljenika dat je izrazom:



Slika 2: Šestougaona rešetka grafena dobijena je kao superpozicija dve trogaone podrešetke A i B, sa bazisnim vektorima \vec{a}_i , $i = 1, 2$ za podrešetku A i vektorima \vec{b}_i , $i=1, 2, 3$ koji povezuju A sa B. b) Zeleni šestougao je simetrična, a roze romb pomerena Brillouenova zona šestougaone rešetke. Vektori recipročne rešetke su \vec{b}_i , $i=1, 2$.

$$H_0 = -t \sum_{\vec{n}, \sigma} \sum_{\vec{\delta}} (a_{\vec{n}, \sigma}^\dagger b_{\vec{n}+\vec{\delta}, \sigma} + b_{2, \vec{n}+\vec{\delta}, \sigma}^\dagger a_{\vec{n}, \sigma}) \quad (1)$$

gde su $a_{\vec{n}, \sigma}$ i $b_{\vec{n}+\vec{\delta}, \sigma}$ Fermi operatori za elektrone spina $\sigma = \uparrow, \downarrow$ podrešetkama A i B, respektivno. Parametar t predstavlja energiju prelaza (transfer integral) najbližih atoma ugljenika i u grafenu iznosi $\approx 2.5eV$. Koristeći Furije-razvoje Fermi operator

$$a_{\vec{n}, \sigma} = \int_{BZ} \frac{d^2 \vec{k}}{(2\pi)^2} e^{i\vec{k}\vec{n}} a_s(\vec{k}) \quad (2)$$

i

$$b_{\vec{n}, \sigma} = \int_{BZ} \frac{d^2 \vec{k}}{(2\pi)^2} e^{i\vec{k}\vec{n}} b_s(\vec{k}), \quad (3)$$

dobija se Hamiltonijan u impulsnoj reprezentaciji

$$H_0 = -t \sum_{\sigma} \int_{BZ} \frac{d^2 \vec{k}}{(2\pi)^2} (\gamma(\vec{k}) a_s^\dagger(\vec{k}) b_s(\vec{k}) + \gamma^*(\vec{k}) b_s^\dagger(\vec{k}) a_s(\vec{k})) \quad (4)$$

gde je $\gamma(\vec{k}) = \sum_{\vec{\delta}} e^{i\vec{k}\vec{\delta}}$ strukturni geometrijski faktor. Uvođenjem spinora $\psi_s(\vec{k}) = (a_s(\vec{k}), b_s(\vec{k}))$ hamiltonijan dobija oblik:

$$H_0 = -t \sum_{\sigma} \int_{BZ} \frac{d^2 \vec{k}}{(2\pi)^2} \psi_s^{\dagger}(\vec{k}) H_o(k) \psi_s(\vec{k}) \quad (5)$$

i

$$\mathcal{H} = -t \begin{bmatrix} 0 & \gamma(\vec{k}) \\ \gamma^*(\vec{k}) & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

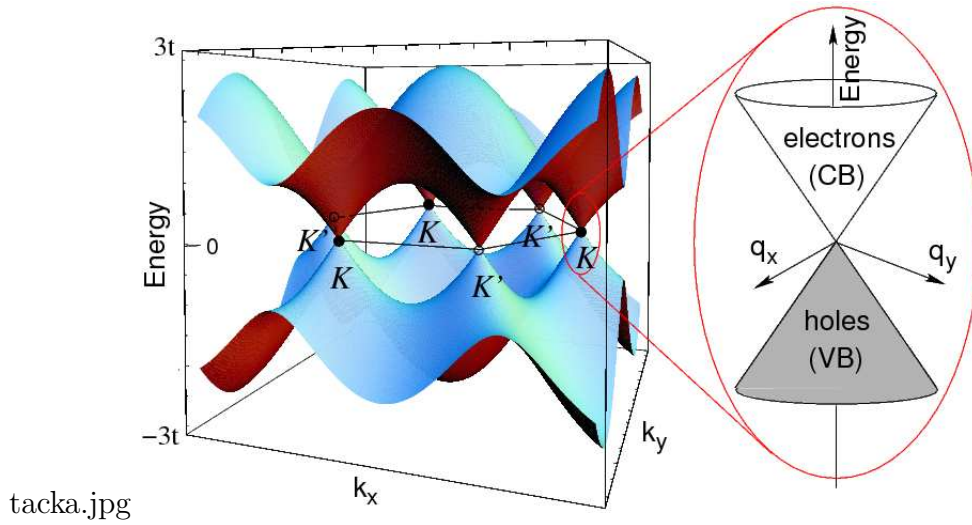
gde je H_o gustina hamiltonijana u impulsnom prostoru. Hamiltonijan je dijagonalan po sporednoj dijagonali i elementi na sporednoj dijagonali su kompleksno konjugovani. Svojsvene vrednosti $H_o(\vec{k})$ predstavljaju energetske grane $E_{\pm}(\vec{k}) = \pm \epsilon(\vec{k})$, gde je $\epsilon(\vec{k}) = t|\gamma(\vec{k})|$. Grana $E_-(\vec{k})$ je valetna, grana $E_+(\vec{k})$ je provodna. Izračunavanjem se dobija sledeći izraz:

$$\epsilon(\mathbf{k}) = t \sqrt{1 + 4\cos^2(k_x a/2) + 4\cos^2(k_x a/2) \cos(\sqrt{3}k_y/2)} \quad (7)$$

Pošto jedinična ćelija sadrži dva atoma ugljenika od kojih svaki daje po jedan elektron, postoje dva elektrona pojediničnoj ćeliji. Budući da ne uzimamo u obzir spin-orbit interakciju svako stanje je dvostruko degenerisano pa je u neutralnom grafenu valetna traka potpuno popunjena, a provodna potpuno prazna. Strukturni faktor $\gamma(\vec{k})$ postaje jednak nuli u K tačkama, dok je u okolini K_{\pm} tačaka njegova približna vrednost

$$\gamma(K_{\pm} + k) \approx \mp \sqrt{3}/2 (k_x \mp i k_y) \quad (8)$$

Zaključuje se da se valetna i provodna traka dodiruju u temenima simetrične Brillouinove zone. Valetna zona dodiruje provodnu u dva neekvivaletna ćoška K i K' prve BZ. Fermijeva energija leži baš u kontaktnoj tački i zonska disperzija u okolini te tačke je konusnog oblika osim ako je grafen dopiran. Sledi da je grafen poluprovodnik sa nultim energijskim procepom ili, ekvivalentno, polumetal čija se valetna i provodna traka ne preklapaju. U okolini K tačaka $\vec{q} = \vec{k} + \vec{K}$ ekscitacije imaju linearnu disperziju $\epsilon(\vec{k}) \approx \hbar v_F |k|$, gde je $v_F = \sqrt{3}ta/(2\hbar)$ Fermijeva brzina, a $\hbar k$ impuls ekscitacija meren u odnosu na odgovarajuću K tačku. Zapravo, ovakav karakter ekscitacija sledi iz same simetrije rešetke grafena, pa je stoga održan i kada se uzmu u obzir i interakcije daljih suseda. Ova činjenica opravdava korišćenje najjednostavnijeg modela jake veze za opis ekscitacija niske energije. Linearna disperziona relacija nagoveštava energetski nezavisnu grupnu brzinu v_F za nisko-energetske ekscitacije. Ove elektronske ekscitacije (popunjena stanja u



Slika 3: Energetske zone grafena. Provodna i valetna zona se dodiruju u šest K tačaka. Za nedopiran grafen Fermijeva energija leži baš u kontaktnoj tački i zonska disperzija u okolini te tačke je konusnog oblika.

provodnoj zoni) i ekscitacije šuplina (prazna stanja u valetnoj zoni) prema tome imaju nultu efektivnu masu. Stoga se oni ponašaju pre kao fotoni (sa "brzinom svetlosti" v_F) nego kao masivne čestice kvadratne disperzije, uobičajene u fizici kondenzovane materije. Iz dosada izloženog prirodno se nameće ideja da su ekscitacije niske energije u grafenu opisane pre Dirakovom nego Šredingerovom jednačinom.

Razvoj hamiltonijana oko K tačke

$$\mathcal{H} = t \begin{bmatrix} 0 & \nabla \gamma_k^* \cdot \vec{p} \\ \nabla \gamma_k \cdot \vec{p} & 0 \end{bmatrix} = v_F \begin{bmatrix} 0 & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & 0 \end{bmatrix} = v_F \vec{p} \cdot \vec{\sigma} \quad (9)$$

gde su

$$\vec{\sigma} = (\sigma^x, \sigma^y) \quad (10)$$

Paulijeve matrice. Možemo napisati $v_F \vec{p} \cdot \vec{\sigma} \psi = E \psi$ gde je $\psi = (\psi_A, \psi_B)$. Ovo je Dirakova jednačina tako da nisko energetske ekscitacije oko K tačke u grafenu. Slično razvojem oko \vec{K}_- tačke dobijamo sledeću jednačinu:

$$\mathcal{H}_o = v_F \vec{\sigma}' \cdot \vec{p} \quad (11)$$

gde je sada $\vec{\sigma}' = (-\sigma_x, \sigma_y)$.

Najpogodniji oblik spinor $\psi = (\psi_A, \psi_B, -\psi'_A, \psi'_B)$ koji sadrži oba slučaja zadovolja četvorodimenzionu Dirak-Vejlovu jednačinu:

$$H_o = \begin{bmatrix} v_F \vec{p} \cdot \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & v_F \vec{p} \cdot \vec{\sigma} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Linearnost spektra ekscitacija jeste važna osobenost grafena, ali nije jedino bitno svojstvo koje sleduje iz opisa kvantnog transporta u grafenu preko Dirakove jednačine. Pri pozitivnim energijama, nosioci struje u grafenu, kao i obično, nalikuju elektronima i negativno su naelektrisani. Na negativnim energijama, tj. ako valentna traka nije skroz popunjena, nezauzeta stanja se ponašaju kao pozitivno naelektrisane kvazičestice (šupljine), koje se često smatraju pozitivnim ekvivalentom u fizici kondenzovane materije. Treba primetiti da se elektroni i šupljine u fizici kondenzovane materije standardno opisuju zasebnim Šredingerovim jednačinama koje ni na koji način nisu u vezi i u kojima elektroni i šupljine imaju različite efektivne mase. Nasuprot tome, elektronska i šupljinska stanja u grafenu su međusobno povezana i među njima postoji simetrija analogna konjugaciji naboja u kvantnoj elektrodinamici. U slučaju grafena pomenuta simetrija je posledica njegove kristalne simetrije budući da kvazičestice u grafenu (u obema \mathbf{K}_{\pm} tačkama) moraju biti opisane dvokomponentnim talasnim funkcijama, što je neophodno da bi se uračunali doprinosi u njihovom sastavu obeju podrešetki A i B. Pomenuti dvokomponentni opis je veoma sličan spinorskim talasnim funkcijama u KED, ali je u grafenu "spin" u vezi sa podrešetkama, a ne sa pravim spinom elektrona i obično se naziva pseudospinom σ . Na taj način, podrešetki A odgovara pseudospinsko stanje \uparrow , a podrešetki B stanje \downarrow .

Iz činjenice da su ekscitacije u \vec{K}_{\pm} tačkama opisane hamiltonijanom

$$H_{\vec{K}_{\pm}(\vec{k})} = \pm \hbar v_F \vec{\sigma} \quad (13)$$

sledi da za elektron/šupljinu iz \vec{K}_{+} tačke energije $\pm \hbar v_F k$ i impulsa $\hbar \vec{k}$ važi

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{k} \psi_{e,h} = \pm \psi_{e,h} \quad (14)$$

pri čemu gornji znak odgovara elektronima, a donji šupljinama. Znači da je pseudospin elektrona paralelan, a šupljina antiparalelan impulsu. Situacija u \mathbf{K}_{-} tački je obrnuta. To omogućava uvođenje kiralnosti kao projekcije pseudospina na pravac kretanja i koja je $+1$ za elektrone i -1 za šupljine u \mathbf{K}_{+} tački (i obrnuto u \mathbf{K}_{-} tački). To dodatno povlači da elektronu energije E i impulsa $\hbar \vec{k}$ odgovara pseudospin koji pokazuje u istom smeru kao i pseudospin šupljine energije $-E$ i impulsa $-\hbar \vec{k}$. Kiralnost u grafenu u suštini ukazuje na činjenicu da su stanja k elektrona i $-k$ šupljine međusobno povezana budući da podrešetke imaju isti udeo u njihovoj izgradnji. Koncepti pseudospina i kiralnosti su značajni zato što mnogi elektronski procesi u grafenu mogu biti shvaćeni kao posledica održanja tih veličina.

1.2 Landauovi nivoi u grafenu

U ovom odeljku diskutovaćemo kako se dva hamiltonija:

$$H_s = \frac{\vec{p}^2}{2m_b} \text{ i } H_D = v\vec{p} \cdot \vec{\sigma},$$

za nerelativističku i reletivističku česticu modifikuju u nenultom magnetnom polju.

Da bi opisali slobodan elektron u konstantnom normalnom magnetnom polju $\vec{B} = B\vec{e}_z$, potrebno je da impuls zanenimo generalisanim impulsom, koji je gejdž invarjantan:

$$\vec{p} \rightarrow \vec{\Pi} = \vec{p} + e\vec{A}(\vec{r}) \quad (15)$$

gde je $\vec{A}(\vec{r})$ vektorski potencijal koji generiše magnetno polje $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}(\vec{r})$. Da bi smo opisali jednosloj grafena u konstantom magnetnom polju moramo uvesti smenu

$$\vec{k} \rightarrow \vec{\kappa} + e/\hbar\vec{A}(i\partial/\partial\vec{k}) \quad (16)$$

Kako je $\pi_x = -i\hbar\nabla_x + eA_x$ i $\pi_y = -i\hbar\nabla_y + eA_y$ i tako dobijamo komutacione relacije:

$$[\pi_x, \pi_y] = [-i\hbar\nabla_x + eA_x, -i\hbar\nabla_y + eA_y] = -i\hbar e(\nabla_x A_y - \nabla_y A_x) = -i\hbar eB = -i\hbar eB \quad (17)$$

Ako u prethodni izraz uvrstimo izraz za magnetnu dužinu $l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$ dobijamo relaciju:

$$[\pi_x, \pi_y] = -i\frac{\hbar^2}{l_B^2}$$

Korisno je uvesti operatore $\pi_+ = \kappa_x + i\kappa_y$ i $\pi_- = \kappa_x - i\kappa_y$ i tako dobijamo komutacione relacije:

$$[\pi_-, \pi_+] = 2eB\hbar.$$

Iz prethodne komutacione relacije može se zaključiti da je π_+ analogan kreacionom, a π_- anihilacionom operatoru, a $\pi_+\pi_-$ operatoru broja čestica. Da bi izvršili kanonsko kvantovanje pogodno je uvesti operatore:

$$a = \sqrt{\frac{c}{2eB\hbar}}\pi_+ \text{ i } a^+ = \sqrt{\frac{c}{2eB\hbar}}\pi_-$$

za $eB > 0$. Na ovaj način možemo opisati problem na način harmonijskog oscilatora:

$$[a, a^\dagger] = 1.$$

Hamiltonijan $H_S = \frac{\vec{p}^2}{2m_b}$ u magnetnom polju ima oblik $H_S^B = \frac{(\vec{p} + e\vec{A}(\vec{r}))^2}{2m_b}$ ako zanemimo izraze π_x i π_y predhodni izraz postaje $H_S^B = \frac{(\pi_x^2 + \pi_y^2)}{2m_b}$. Dalje, prostim izračunavanjem dobijamo:

$$H_S^B = \frac{\hbar e B}{4mc^2} [a^{\dagger 2} + a^\dagger a + a a^\dagger + a^2 - (a^{\dagger 2} - a^\dagger a - a a^\dagger + a^2)] \quad (18)$$

$$= \frac{\hbar e B}{2mc^2} (a^\dagger a + a a^\dagger) = \frac{\hbar e B}{4mc^2} (a^\dagger a + \frac{1}{2}) = \hbar \omega_C (a^\dagger a + \frac{1}{2}) \quad (19)$$

gde je korišćenja relacija $\omega = \frac{eB}{mc}$ koja se naziva ciklotronska frekvencija.

Energetski nivoi naelektrisane nerelativističke čestice su prema tome diskretni:

$$\epsilon_n = \hbar \omega_C (n + \frac{1}{2}) \quad (20)$$

Ovi nivoi se nazivaju Landauvi nivoi. U relativističkom slučaju elektron u grafenu može se tretirati na isti način kao i u nerelativističkom slučaju. Hamiltonijan u magnetnom polju je tada:

$$H_D^B = v \begin{bmatrix} 0 & (\pi_x - i\pi_y) \\ (\pi_x + i\pi_y) & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

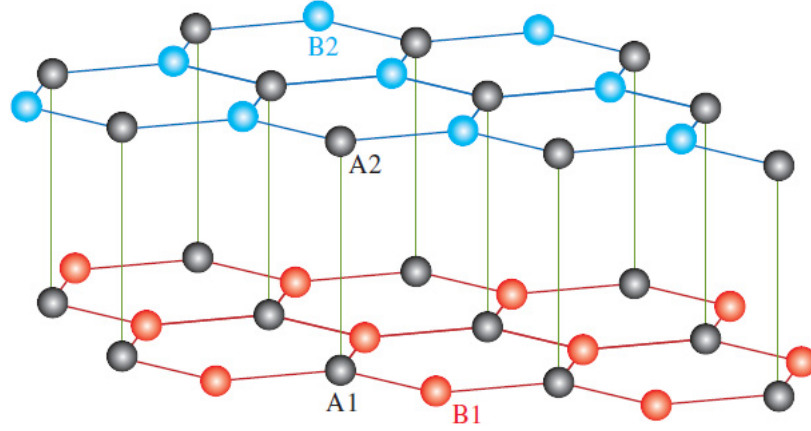
Tako dobijamo izraz:

$$H_D^B = v \sqrt{2eB\hbar} \begin{bmatrix} 0 & a^\dagger \\ a & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Kratkom analizom u ovom slučaju može se pokazati da su Landau-ovi dati izrazom:

$$\epsilon_n = v_F \sqrt{\frac{2eB}{\hbar c}} \text{sgn}(n) \sqrt{|n|} \quad (23)$$

Landau-ov nivo n može biti pozitivan, negativan i nula. Pozitivna vrednost odgovara provodnoj grani, dok negativna vrednost odgovara valetnoj grani. Oni nisu jednako udaljeni kao u nerelativističkom slučaju i najveći razmak je između nultog i prvog Landau-ovog nivoa.



grafen.jpg

Slika 4: Rešetka dvoslojnog grafena. Jedinična ćelija sadrži četiri atoma: A1, B1 iz donjeg sloja i A2, B2 iz gornjeg sloja.

2 Dvoslojni grafen

Dvoslojni grafen je sastavljen od dve šestougaone rešetke jednoslojnog grafena (sa podrešetkama A1, B1 i A2, B2 u donjem i gornjem sloju, respektivno). Njihov raspored odgovara Bernalovom pakovanju. Atomi iz A2 podrešetke nalaze se tačno iznad atoma iz A1 podrešetke dok su atomi koji pripadaju B2 podrešetki smešteni direktno iznad centara šestouglova donjeg sloja, kao što je prikazano na slici 4. Jedinična ćelija sadrži četiri atoma A1, B1, A2, B2. Rastojanje medju slojevima je 3.5Å .

Za opis elektronske strukture koristi se aproksimacija jake veze kao i u slucaju jednoslojnog grafena. Novost predstavlja interakcija medju atomima razlicitih slojeva. Odgovarajući hamiltonijan je:

$$\begin{aligned}
 H_0 = & -t \sum_{\vec{n}, \sigma} \sum_{\vec{\delta}} (a_{1, \vec{n}, \sigma}^\dagger b_{1, \vec{n} + \vec{\delta}, \sigma} + a_{2, \vec{n}, \sigma}^\dagger b_{2, \vec{n} - \vec{\delta}, \sigma} + h.c.) \\
 & + t_\perp \sum_{\vec{n}, \sigma} (a_{1, \vec{n}, \sigma}^\dagger a_{2, \vec{n}, \sigma} + h.c.).
 \end{aligned} \tag{24}$$

Izmena između atoma unutar sloja opisuje se, parametrom $tA1B1 = tA2B2 \equiv t$. Interakcija između slojeva uključuje se u model kroz efekat izmene među parovima $2p_z$ orbitala koje pripadaju atomima A1 i A2 na istoj vertikali, što se postiže parametrom $tA1A2 \equiv t_\perp$. Operatori $a_{i, \vec{n}, \sigma}^\dagger (a_{i, \vec{n}, \sigma})$, i za elektrone u podrešetke A_i sloja i sa spinom $\sigma = \uparrow, \downarrow$, i $b_{i, \vec{n}, \sigma}^\dagger (b_{i, \vec{n}, \sigma})$ za elektrone

podreške B_i . Koristeći Furije razvoje operatora

$$a_{i,\vec{k},\sigma} = \sum_{\vec{n}} a_{i,\vec{n},\sigma} e^{i\vec{k}\vec{n}} \quad (25)$$

i

$$b_{i,\vec{k},\sigma} = \sum_{\vec{n}} b_{i,\vec{n},\sigma} e^{i\vec{k}\vec{n}} \quad (26)$$

dobija se hamiltonijan u impulsnoj reprezentaciji:

$$H_o = \sum_{\sigma} \int_{BZ} \frac{d^2\vec{k}}{(2\pi)^2} (-t(\gamma(\vec{k})a_{1,\sigma}^{\dagger}(\vec{k})b_{1,\sigma}(\vec{k}) + \gamma^*(\vec{k})a_{2,\vec{n},\sigma}^{\dagger}b_{1,\vec{n},\sigma}(\vec{k}) + h.c.) + t_{\perp}(a_{1,\sigma}^{\dagger}(\vec{k})a_{2,\sigma}(\vec{k}) + h.c.)), \quad (27)$$

gde je $\gamma(\vec{k})$ strukturni faktor. Uvođenjem spinora

$$\psi_{\sigma}(\vec{k}) = (a_{1,\sigma}(\vec{k}), b_{1,\sigma}(\vec{k}), a_{2,\sigma}(\vec{k}), b_{2,\sigma}(\vec{k}))^T \quad (28)$$

dijagonalizujemo prethodni hamiltonijan i dobijemo:

$$H_o = \begin{bmatrix} 0 & -t\gamma^*(\vec{k}) & -t_{\perp} & 0 \\ -t\gamma(\vec{k}) & 0 & 0 & 0 \\ -t_{\perp} & 0 & 0 & -t\gamma^*(\vec{k}) \\ 0 & 0 & -t\gamma(\vec{k}) & 0 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

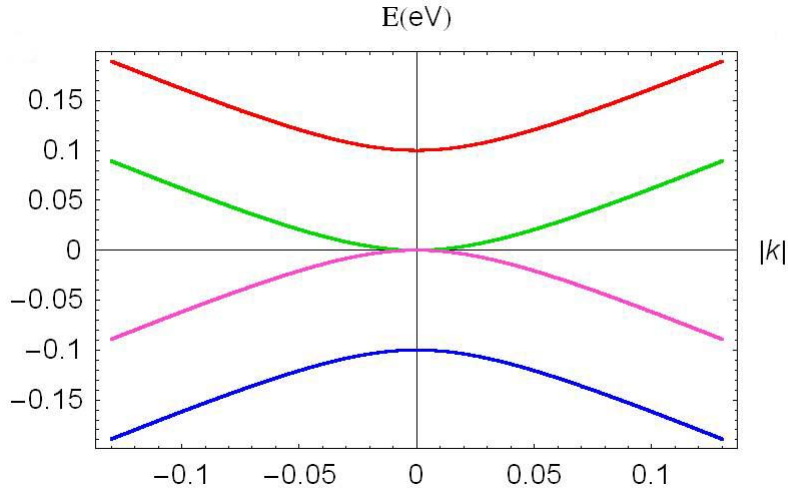
Rešavanjem svojstvenog problema H_o dobijamo energetski spektar:

$$E_{\alpha}^{\pm}(\vec{k}) = \pm \left((-1)^{\alpha} \frac{t_{\perp}}{2} + \sqrt{\frac{t_{\perp}^2}{4} + t^2 |\gamma(\vec{k})|^2} \right) \quad (30)$$

gde je $\alpha = \pm 1$. Dobili smo četiri energetske grane prikazane na slici 5.

U okolini \vec{K} hamiltonijan ima oblik:

$$H_o = \begin{bmatrix} 0 & \hbar v_F(k_x - ik_y) & -t_{\perp} & 0 \\ \hbar v_F(k_x + ik_y) & 0 & 0 & 0 \\ -t_{\perp} & 0 & 0 & \hbar v_F(k_x - ik_y) \\ 0 & 0 & \hbar v_F(k_x + ik_y) & 0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$



Slika 5: Energetske grane dvoslojnog grafena

Dati hamiltonijan sadrži informaciju o visokoenergijskim granama, te je nepodesan za analizu transportnih osobina dvosloja koje zavise od nosilaca iz niskoenergijskih grana. Zato je potrebno naći niskoenergijski efektivni hamiltonijan, koji ćemo razmatrati kasnije.

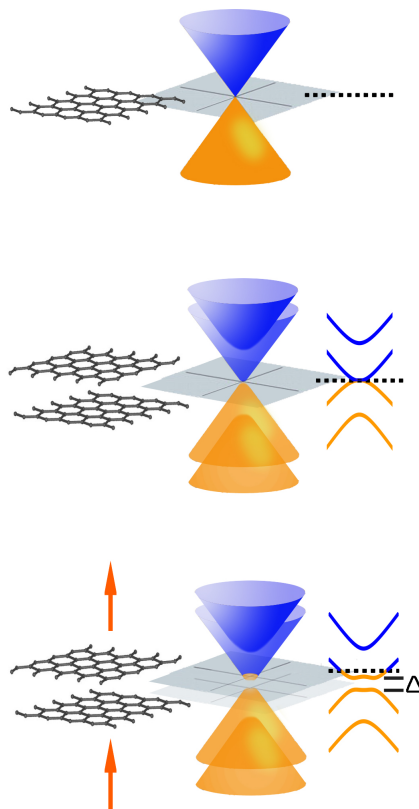
Može se primetiti da su niskoenergetske ekscitacije prikazane paraboličkom disperzijom, dok za velike k vrednosti, linearno ponašanje $E \sim k$ je ponovljeno. Dobijene su dve paraboličke grane:

$$\epsilon_{\pm} = \pm \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) \quad (32)$$

gde je

$$m = \frac{2\hbar^2 t_{\perp}}{3a^2 t^2}. \quad (33)$$

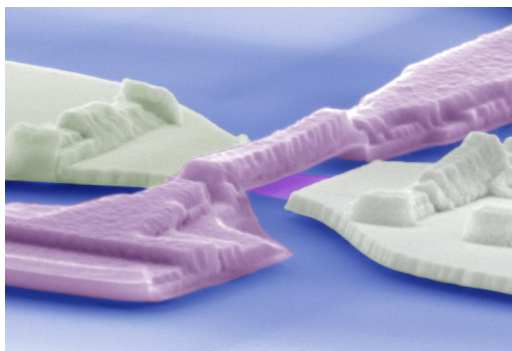
Postoje sličnosti i različitosti između zonske strukture jednosloja i dvosloja grafena u aproksimaciji jake veze. Rezultati pokazuju da su niskoenergetske kvazičestice u jednosloju grafena opisane pomoću Dirakove jednačine, koja predstavlja linearni energetski spektar. Ali, niskoenergetske čestice u dvoslojnom grafenu imaju paraboličan spektar, što znači da su masene kvazi-čestice, slične sa nerelativističkim elektronima. U eksperimentima je potvrđeno da ako električno polje deluje na dvoslojni grafen energetski procep je otvoren u



Slika 6: Energetski procep u a) jednoslojnom grafenu, b) dvoslojnom grafenu i c) dvoslojnom grafenu u prisustvu električnog polja

dvoslojnom grafenu. Međutim, kvazičestice u dvoslojnom grafenu su takođe kiralne.

Može se pokazati jednostavnom analizom sličnom kao i u slučaju jednoslojnog grafena da Landau-ov spektar ima oblik: $\epsilon_n = \text{sgn}(n)\hbar\omega_C\sqrt{|n|(|n|-1)}$. Ovaj spektar je linearan u magnetnom polju, slično kao i u stadardnom slučaju, ali sadrži i dodatni nulto-energetski nivo, koji je nezavisan od magnetnog polja.



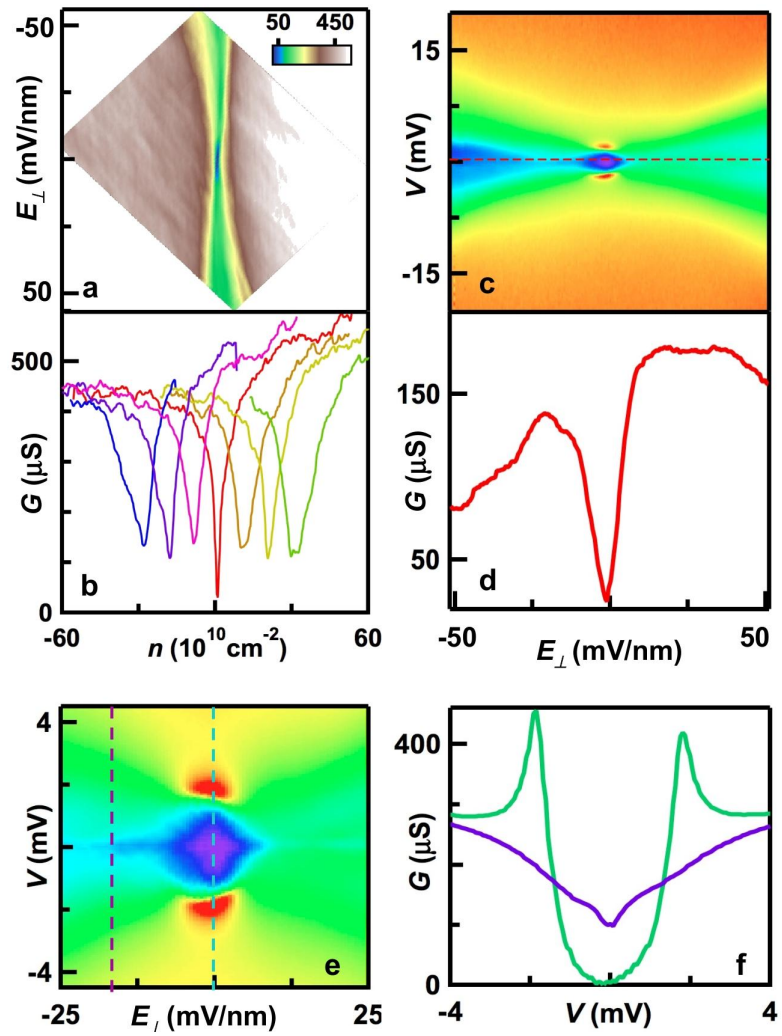
Slika 7: Šematski opis uređaja

3 Opis eksperimenta

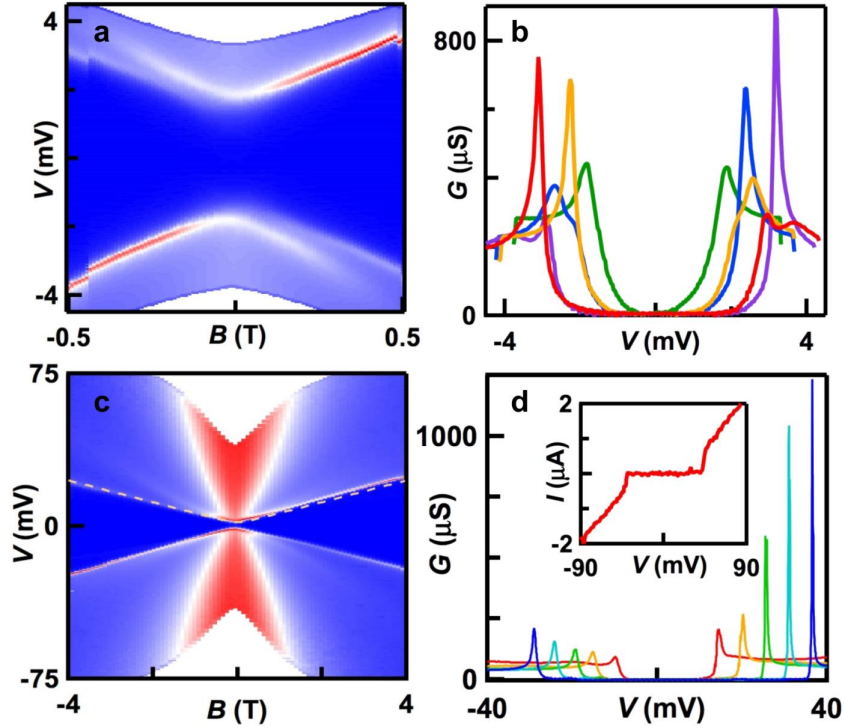
Moj diplomski rad je inspirisan skorašnjim eksperimentom J.Velasco Jr., L. Jing, W. Bao, Y. Lee, P. Kratz, V. Aji, M. Bockrath, C.N. Lau, C. Varma, R. Stillwell, D. Smirnov, F. Zhang, J. Jung, A. H. MacDonald, NATURE NANOTECHNOLOGY, 7, 156 (2012).

Uređaj koji je korišćen u eksperimentu sastoji se od dvoslojnog grafena sa Cr/Au elektrodama viseći između Si/SiO_2 kapije (back gate) i metalne kapije (top gate) sa veoma velikom pokretljivošću ($\sim 80000 - 100000 \frac{cm^2}{Vs}$). Podešavanjem voltaže na donjoj kapiji V_{bg} i na gornjoj kapiji V_{tg} možemo nezavisno da kontrolišemo E_{\perp} i gustinu naelektrisanja n proizvedenu na dvoslojnom grafenu. Neobhodno je da uređaj bude visokog kvaliteta da bi se Landauvi nivoi mogli primetiti i za niske vrednosti magnetnog polja.

U prvom delu eksperimenta merenje je vršeno u odsustvu magnetnog polja na temperaturi od 300 mK. Merena je diferencijalna provodnost $G = \frac{dI}{dV}$ kao funkcija napona V i normalne komponente električnog polja E_{\perp} . $G(E_{\perp}, n)$, što je prikazano na slici 8, ima lokalni minimum na $n = E_{\perp} = 0$. Najneobičnija pojava koja je opažena u eksperimentu je region tamno plave odnosno ljubičaste boje na centru grafika, koji odgovara stanju sa jakim otporom za malo E_{\perp} (slika 8.c i 8.e). Na $n = E_{\perp} = V = 0$ je uočeno *izolatorsko ponašanje*. Na dijagramu 8.f prikazana je zavisnost G od V . Ako V raste, G ostaje aproksimativno 0 dok ne počne naglo da raste na $V \sim \pm 1.9mV$, dok ne dostigne oštar pik. Kriva $G(V)$ neobično liči na BSC superprovodnu gustinu stanja i jako sugeriše formiranje parametra uređenja. Na slici 8.e prikazana je zavisnost G od E_{\perp} . Na $E_{\perp} > \sim 13 \frac{mV}{nm}$ ponašanje koje liči BSC superprovodnost nestaje. Konačno, za dovoljno veliko E_{\perp} , $G(V=0)$ počinje da opada sa povećanjem E_{\perp} i povraća ponašanje jedne čestice.



Slika 8: Rezultati prvog dela merenja: na $B=0$ i $T=300\text{mK}$



Slika 9: Rezultati drugog dela merenja u magnetnom polju na $n = 0$ i $E_{\perp} = 0$

Izolatorsko stanje, koje je primećeno u pomenutom eksperimentu u merenju pomoću uređaja visokog kvaliteta, predstavlja najvažniji eksperimentalni rezultat. U drugom delu eksperimenta Ref. 10. proučavana je evolucija izolatorskog stanja sa magnetnim poljem B na $n = 0$ i $E_{\perp} = 0$, što je prikazano na slici 9.

Energija energetskeg procepa raste sa jačinom magnetnog polja i jako potseća na:

$$E_{gap} = \Delta_0 + \sqrt{a^2 B^2 + \Delta_0^2}. \quad (34)$$

Za male vrednosti magnetnog polja energija energetskeg procepa zavisi kvadratno od magnetnog polja, a za velike vrednosti magnetnog polja linearno od magnetnog polja (slika 9.a i 9.c). Još jedna zanimljiva pojava dekteovana u eksperimentu je da je energija energetskeg procepa asimetrična u odnosu na jačinu magnetnog polja. Ova asimetrija sugerise čestica- šupljina asimetriju.

U ovom diplomskom radu ja ću pokušati da opišem ponašanje energetskeg procepa u zavisnosti magnetnog polja opaženo u eksperimentu koristeći teoriju srednjeg polja i t-J-U model na šestougaoj rešetci grafena.

Predloženi kandidati za objašnjenje ponašanja energetskog procepa u opisu eksperimenta Ref. 10. su kvantni anomalni Halov efekat (QAH), kvantni spinski Halov efekat (QSH) i antiferomagnetizam jednog sloja grafena (LAF). Sva tri stanja proseduju nedvosmisleno procep u nenaelektrisanom grafenu. LAF stanje imalo bi procep koji je nezavisan od jačine magnetnog polja B. Oba QAH i QSH stanja su isključena zbog njihove topološki zaštićena granična stanja od kojih se očekuje da proizvede provodnost $\sim 4\frac{e^2}{h}$. QAH je jedino stanje sa asimetrijom čestica-šupljina.

4 Pregled radova

Objašnjenje skorašnjeg eksperimenta predstavlja jednu od aktuelnih tema istraživanja fizičara čvrstog stanja. Najznačajniji radovi koji su pokušali da objasne veoma interesantne rezultate ovog eksperimenta su: M.Kharitonov, arxiv: 1109.1553; L.Yhu, V. Aji, C.M.Varma, arXiv: 1202.0821; B.Roy, arXiv:1203.6340. U ovoj glavi sažeto ću predstaviti rezultate date u pomenutim radovima.

U radu Maxim Kharitonov, ariv:1109.1553. korišćena je teorija srednjeg polja bez razmatranja Zemanovog cepanja, radi pojednostavljenja računa i uvedeno je antiferomagnetno stanje u dvoslojnom grafenu u proizvoljnom magnetnom polju. Utvrđeno je da antiferomagnetna stanja mogu postojati u magnetnom polju bilo koje jačine. Analiza sugerise da je izolatorsko stanje, koje je opaženo u skorašnjem eksperimentu Ref. 10., antiferomagnetno za sve vrednosti magnetnog polja. U ovom radu prikazan je spektar Landaovih nivoa, dobijen pomoću teorije srednjeg polja sa antiferomagnetnim parametrom uređenja u zavisnosti od magnetnog polja B . Zavisnost od magnetnog polja je iskazana preko vrednosti veličine ϵ_B/Δ_z^0 gde je $\epsilon_B = \frac{eB}{mc}$ ciklotronska energija $\epsilon_B = \frac{eB}{mc}$, a Δ_z^0 energetski procep u odsutvu polja. U radu je potvrđeno da energetski procep u odsutvu magnetnog polja ($B = 0$) ima konačnu vrednost $E_{gap} = 20K$. Mana ovog rada je što energetski procep nema minimalnu vrednost kada je $B = 0$ za razliku od Ref 10. slika 9.

U radu L. Zhu, Vivek Aji, Chandra M. Varma, arXiv: 1202.0821. diskutovana su anomalno Holovo stanje i magnetna-električna stanja sa suprotnim orijentacija fluksa svakog sloja u dvoslojnom grafenu. Korišćenja je takođe teorija srednjeg polja kao osnova fizičke analize. Zanimljivo je da je razmatrana zonska struktura sa sve četiri zone. Oni su zaključili da je magnetno-električno osnovno stanje interagujućeg dvoslojnog grafena. Međutim, dobili su da energetski procep linearno zavisi od slabog magnetnog polja za razliku od eksperimenta Ref. 10. gde energetski procep kvadratno zavisi od magnetnog polja za male vrednosti magnetnog polja.

Najznačajnija rad po našem mišljenju koji pokušava da objasni eksperiment Ref 10. je B. Roy, arxiv:1203.6340. Korišćena je aproksimacija srednjeg polja za opis spinskog magnetizma. Uveden je Neel parametar uređanja i magnetizacija, koji mogu da koegzistiraju u prisustvu magnetnog polja u okolini nenaelektrisane tačke. Feromagnetna interakcija između spinova elektrona je uključena u ovo objašnjenje eksperimenta, jer je to neophodno da bi se pokazala kvadratna zavisnost energetskog procepa od magnetnog polja u prisustvu slabog magnetnog polja.

U radovima [13.-15.] korišćena je teorija srednjeg polja da bi se opisali

neki zanimljivi rezultati eksperimenta u Ref. 10. U sledećoj glavi izložićemo naš pokušaj objašnjenja kvadratne zavisnosti energetskog procepa od slabog magnetnog polja uz pomoć teorije srednjeg polja i Hubbard-ovog modela. Umesto spinskog magnetizma koji je razmatran u radu B.Roy, arXiv: 1203.6340 da bi se objasnila kvadratna zavisnost u našem predlogu orbitalni magnetizam superprovodnih korelacija će biti uzrok opažene zavisnosti.

5 Koegzistencija antiferomagnetizma i $d + id$ superprovodnosti u dvoslojnom grafenu

5.1 Uvod

Počecemo našu diskusiju sa Hubbard-ovim modelom u dvoslojnom grafenu. Odgovarajući hamiltonijan je, ako pretpostavimo da je raspored između odgovarajućih slojeva dvoslojnog grafena Bernalovo pakovanje:

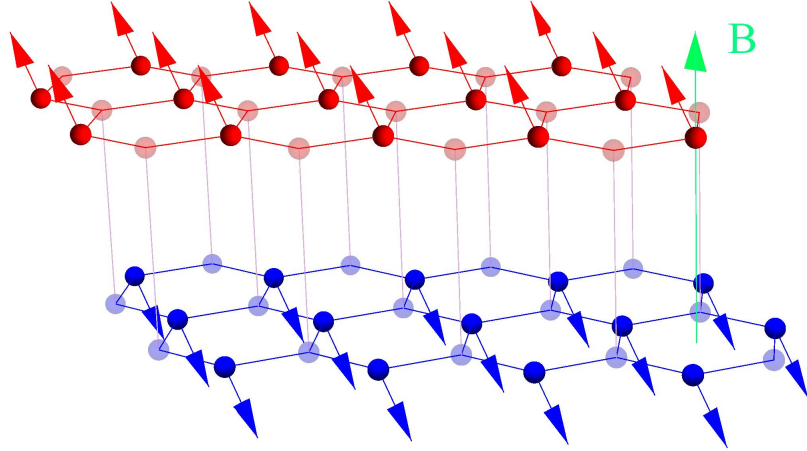
$$\begin{aligned}
 H_0 = & -t \sum_{\vec{n},\sigma} \sum_{\vec{\delta}} (a_{1,\vec{n},\sigma}^\dagger b_{1,\vec{n}+\vec{\delta},\sigma} + a_{2,\vec{n},\sigma}^\dagger b_{2,\vec{n}-\vec{\delta},\sigma} + h.c.) \\
 & + t_\perp \sum_{\vec{n},\sigma} (a_{1,\vec{n},\sigma}^\dagger a_{2,\vec{n},\sigma} + h.c) \\
 & + \sum_{i=\vec{n},\vec{n}+\vec{\delta}} U n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}.
 \end{aligned} \tag{35}$$

Indeks $i = 1, 2$ odnosi se na indeks za različite slojeve dvoslojnog grafena. U jed.(35) t predstavlja parametar koji opisuje izmenu između atoma unutar sloja, dok se interakcija između slojeva opisuje parametrom t_\perp . Operatori $a_{i,\vec{n},\sigma}^\dagger (a_{i,\vec{n},\sigma})$, i za elektrone podrešetke A_i sloja i sa spinom $\sigma = \uparrow, \downarrow$, i $b_{i,\vec{n},\sigma}^\dagger (b_{i,\vec{n},\sigma})$ za elektrone podreške B_i . $\vec{\delta}$ -te su definisane kao $\delta_1 = a(0, 1/\sqrt{3})$, $\delta_2 = a/2(1, -1/\sqrt{3})$ i $\delta_3 = a/2(-1, -1/\sqrt{3})$ i $a = \sqrt{3}a_{cc}$; gde je a_{cc} rastojanje između C atoma. a je rastojanje između najbližih suseda.

5.2 Antiferomagnetni parametar uređenja

Najpogodniji kandidat za objašnjenje izolatorskog stanja koje je opaženo u eksperimentu Ref. 10. u dvosloju grafena je antiferomagnetno stanje efektivne šestougaoone rešetke (jednog sloja grafena) (LAF) prikazano na slici 10. U publikaciji Ref. 11. polu-popunjen dvoslojni grafen je proučavan pomoću renomalizacione grupe i razmatrani su slučajevi i slabe i jake Kulonove odbojne sile U . Pokazano je da bi Hubbard-ov model sa jakim i slabom Kulonovom silom vodio do LAF stanja. U LAF stanju gornji i donji sloj imaju proizvoljno orijentisane antiparalelne spinove, kao na slici 10. Na početku antiferomagnetizam možemo razmatrati posebno u svakom sloju. Da bismo mogli da primenimo teoriju srednjeg polja (mean-field theory) definisacemo antiferomagnetni parametar uređenja svakog sloja kao

$$m = \langle n_{i\uparrow} - n_{i\downarrow} \rangle. \tag{36}$$



Slika 10: Antiferomagnetno stanje dvoslojnog grafena u normalnom magnetnom polju. Gornji i donji sloj imaju proizvoljno orjentisani antiparalelni spin na efektivnoj šestougaoj rešetki koju čine jedna podrešetka donjeg sloja i jedna podrešetka gornjeg sloja.

Antiferomagnetni parametar uređenja je pozitivan na jednom C atomu, a negativan na njegovom najbližem susedu.

Odgovarajući hamiltonijan u jednom sloju ima oblik:

$$H_0 = \sum_{\vec{n}, \vec{n}+\vec{\delta}} U n_{\vec{n}\uparrow} n_{\vec{n}\downarrow} = \quad (37)$$

$$= \sum_{\vec{n}} U n_{\vec{n}\uparrow} n_{\vec{n}\downarrow} + \sum_{\vec{n}+\vec{\delta}} U n_{\vec{n}+\vec{\delta}\uparrow} n_{\vec{n}+\vec{\delta}\downarrow} = \quad (38)$$

$$= \sum_{\vec{n}} U n_{\vec{n}\uparrow} n_{\vec{n}\downarrow} + \sum_{\vec{m}} U n_{\vec{m}\uparrow} n_{\vec{m}\downarrow} \quad (39)$$

Koristeći indetitet:

$$n_{\vec{n}\uparrow} n_{\vec{n}\downarrow} = \frac{-(n_{\vec{n}\uparrow} - n_{\vec{n}\downarrow})^2 + (n_{\vec{n}\uparrow} + n_{\vec{n}\downarrow})^2}{4} \quad (40)$$

i primenjivajući aproksimaciju srednjeg polja:

$$(n_{\vec{n}\uparrow} - n_{\vec{n}\downarrow})^2 = 2m(n_{\vec{n}\uparrow} - n_{\vec{n}\downarrow}) - m^2 \quad (41)$$

sa uslovom za polu-popunjen grafen u aproksimaciji srednjeg polja:

$$(n_{\vec{n}\uparrow} + n_{\vec{n}\downarrow})^2 = n_{\vec{n}}^2 = 1. \quad (42)$$

Hamiltonijan postaje:

$$H = -\frac{U}{2} \sum_{\vec{n}} \sum_{i=1,2} (-1)^i m (n_{\vec{n}\uparrow} - n_{\vec{n}\downarrow}) + \frac{Um^2}{2} N, \quad (43)$$

gde je N broj elementarnih ćelija.

Koristeći Furijeov transform

$$a_{i,\vec{k},\sigma} = \sum_{\vec{n}} a_{i,\vec{n},\sigma} e^{i\vec{k}\vec{n}} \quad (44)$$

i

$$b_{i,\vec{k},\sigma} = \sum_{\vec{n}} b_{i,\vec{n},\sigma} e^{i\vec{k}\vec{n}} \quad (45)$$

i uvođenjem spinora

$$\psi_{\sigma}(\vec{k}) = (a_{1,\sigma}(\vec{k}), b_{1,\sigma}(\vec{k}), a_{2,\sigma}(\vec{k}), b_{2,\sigma}(\vec{k}))^T \quad (46)$$

dobijamo hamiltonijan za dvosloj u dijagonalnom obliku u impulsnom prostoru:

$$H_{MF} = \psi_k^\dagger H_0 \psi_k + Um^2 N \quad (47)$$

gde je

$$H_0 = \begin{bmatrix} \frac{U}{2}m & -t\gamma^{2*}(\vec{k}) & 0 & 0 \\ -t\gamma^2(\vec{k}) & -\frac{U}{2}m & t_{\perp} & 0 \\ 0 & -t_{\perp} & \frac{U}{2}m & t\gamma^{2*}(\vec{k}) \\ 0 & 0 & t\gamma^2(\vec{k}) & -\frac{U}{2}m \end{bmatrix}, \quad (48)$$

gde je $\gamma(\vec{k}) = \sum_{\vec{\delta}} \exp\{i\vec{k}\vec{\delta}\}$ strukturni faktor. Primetimo da je znak ispred parametra m plus ili minus u zavisnosti od sloja, jer očekujemo da će superexchange Hubbard-ovog modela voditi antiferomagnetnoj korelaciji između slojeva. (Ref 11.)

U magnetnom polju $B_z = (\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})$ impuls moramo zameniti njegovim gejdž invarijantnim oblikom:

$$\vec{p} \rightarrow \vec{\pi} = \vec{p} + e\vec{A}(\vec{r}) \quad (49)$$

gde je $\vec{\pi}$ tzv. generalisani impuls. Komutacione relacije komponenti generalisanog impulsa je

$$[\pi_x, \pi_y] = -i\hbar e B \quad (50)$$

Ako definišemo operatore anihilacione i kreacione operatore kao $a = \sqrt{\frac{c}{2eB\hbar}}\pi_+$ i $a = \sqrt{\frac{c}{2eB\hbar}}\pi_-$ oni zadovoljavaju istu komunikacionu relaciju kao i linearni harmonijski oscilator:

$$[a, a^\dagger] = 1. \quad (51)$$

Kasnije ćemo pokazati da je efektivni hamiltonijan dvosloja u magnetnom polju:

$$H_o^B = \begin{bmatrix} \frac{U}{2}m & -\omega_C(a^\dagger)^2 & 0 & 0 \\ -\omega_C a^2 & -\frac{U}{2}m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{U}{2}m & -\omega_C(a^\dagger)^2 \\ 0 & 0 & -\omega_C a^2 & \frac{U}{2}m \end{bmatrix}. \quad (52)$$

Razvojem oko K_+ tačke dobijamo hamiltonijan:

$$H_{o,K_+}^B = \begin{bmatrix} m & -\omega_C(a^\dagger)^2 \\ -\omega_C a^2 & -m \end{bmatrix}, \quad (53)$$

gde je $\omega_C = \frac{eB}{mc}$ ciklotronska frekvencija i uveli smo smenu $\frac{U}{2}m \equiv m$.

Svojtveni problem za predhodni hamiltonijan za Landau-ove nivoe je $n > 2$

$$\begin{bmatrix} m - E & -\omega_C(a^\dagger)^2 \\ -\omega_C a^2 & -m - E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 | n > \\ c_2 | n - 2 > \end{bmatrix} = 0. \quad (54)$$

Rešavanjem svojstvenog problema dobijamo svojstvene vrednosti energije:

$$E = \pm \sqrt{m^2 + \omega_C^2 n(n-1)}, \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} m - E & -\omega_C(a^\dagger)^2 \\ -\omega_C a^2 & -m - E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 | n > \\ c_2 | n - 2 > \end{bmatrix} = 0. \quad (56)$$

Rešavanjem svojstvenog problema za $n = 0, 1$

$$\begin{bmatrix} m - E & -\omega_C(a^\dagger)^2 \\ -\omega_C a^2 & -m - E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 | n > \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (57)$$

dobijamo vrednost svojstvene energije:

$$E = m. \quad (58)$$

Analogno oko K_- tačke hamiltonijan u magnetnom polju ima oblik

$$H_{o,K_-}^B = \begin{bmatrix} -m & -\omega_C a^2 \\ -\omega_C (a^\dagger)^2 & m \end{bmatrix} \quad (59)$$

Rešavanjem svojstvenog problema dobijamo vrednosti svojstvene energije: $E = \pm\sqrt{m^2 + \omega_C^2 n(n-1)}$ za $n > 2$ i $E = -m$ za $n = 0, 1$.

Kod polu-popunjenog grafena, sva stanja sa negativnim (pozitivnim) vrednostima energije su popunjena(prazna). Energija energetskog procepa između prvog popunjenog i prvog nepopunjenog nivoa je $E_g = 2m$. Tako zaključujemo da energetski procep ne zavisi od magnetnog polja što je u suprotnosti sa eksperimentom, a što je već, na neki način, objašnjeno u Ref. 10 i trećoj glavi ovog rada. Neophodno je da uključimo još jedan dodatni parametar, osim antiferomagnetnog parametra uređenja da bismo u potpunosti opisali rezultate merenja iz eksperimenta Ref. 10. Tražićemo još jedan dodatni parametar uređenja koji može da koegzistira sa antiferomagnetizmom u polu-popunjenom grafenu. Pokazaćemo da je to d+id superprovodni parametar uređenja.

5.3 Model i motivacija

U Ref.16 pokazano je da d+id može da koegzistira sa antiferomagnetizmom na konačnom ponjenu pomoću metoda Grassman tenzorskog proizvoda na modelu t-J (za veliko U koje ne dozvoljava dvostuku okupiranost sajtova) modela na jednoslojnom grafenu. Zbog neznatnosti procepa opaženog u merenju u eksperimentu Ref 10. mi nećemo razmatrati velike vrednosti U , koja zabranjuje dvostruku okupiranost, kada modeliramo dvoslojni grafen. Mi ćemo pretpostaviti da za umerenu vrednost odbojene sile koja deluje na sajt, U , d+id superprovodnost i antiferomagnetizam mogu da koegzistiraju na dvoslojnom grafenu čak iako je polu-popunjen. Diskutovaćemo t-J-U model na efektivnoj šestougonoj rešetki koji ima isti nisko energetski opis kao i dvoslojni grafen.

U prvom odeljku ove glave pokazali smo da koristeći Furijeov transform i spinorsku reprezentaciju hamiltonijan (35.) možemo napisati u obliku:

$$H_o = \begin{bmatrix} \frac{U}{2}m & -t\gamma^*(\vec{k}) & -t_\perp & 0 \\ -t\gamma(\vec{k}) & -\frac{U}{2}m & 0 & 0 \\ -t_\perp & 0 & -\frac{U}{2}m & -t\gamma^*(\vec{k}) \\ 0 & 0 & -t\gamma(\vec{k}) & \frac{U}{2}m \end{bmatrix}. \quad (60)$$

Hamiltonijan H_0 sadrži informaciju o visokoenergetskim granama. Zato je nepodesan za analizu transportnih osobina dvosloja koje zavise od nosioca

iz niskoenergetskih grana, pa je potrebno naći niskoenergetski efektivni hamiltonijan koji će sadržati samo informaciju o niskoenergetskim granama. U tom cilju napisaćemo hamiltonijan H_0 u obliku 2x2:

$$H_0 = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}, \quad (61)$$

Svojtveni problem za H_0 se može napisati u obliku:

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (62)$$

Dobijamo sistem jednačina:

$$H_{11}\psi_1 + H_{12}\psi_2 = E\psi_1 \quad (63)$$

$$H_{21}\psi_1 + H_{22}\psi_2 = E\psi_2. \quad (64)$$

Iz prve jednačine sledi $\psi_1 = -(H_{11} - E)^{-1}H_{12}\psi_2$, pa kada zamenimo u drugu jednačinu dobijamo $(H_{22} - H_{21}(H_{11} - E)^{-1}H_{12})\psi_2 = E\psi_2$ odakle je $H_{eff}(E) = H_{22} - H_{21}(H_{11} - E)^{-1}H_{12}$. Ukoliko razmatramo niskoenergetski slučaj odgovarajući hamiltonijan je $H_{eff} = H_{22} - H_{21}H_{11}^{-1}H_{12}$. Smatrajući da je $m \ll t_{\perp}$ dobija se:

$$H_{eff}\psi_2 = \begin{pmatrix} m & -\frac{t^2}{t_{\perp}}\gamma^2 \\ -\frac{t^2}{t_{\perp}}\gamma^{*2} & -m \end{pmatrix} \psi_2 = E\psi_2 \quad (65)$$

gde je $\psi_2 = (b_{1,\sigma,\vec{k}}, b_{2,\sigma,\vec{k}})^T$. Ovaj hamiltonijan odgovara hamiltonijanu jednoslojnog grafena sa efektivnim parametrom (hoppinga) $\frac{t^2}{t_{\perp}}$ između najbližih i trećih suseda. Ovo predstavlja vezu između efektivne šestougone rešetke (jednoslojnog grafena) i dvoslojnog grafena koju ćemo koristiti u daljem tekstu pri simetrijskoj analizi superprovodnog parametra uređenja i t-J-U modela.

5.4 t-J model

Počecemo analizu sa hamiltonijanom Hubardovog modela:

$$H = - \sum_{i,j} tc_{i,\sigma}^{\dagger}c_{j,\sigma} + \sum_i Un_{i\uparrow}n_{i\downarrow} \quad (66)$$

koji je dosta težak za rešavanje.

Razmotrićemo limit jakog kuplovanja $U \gg t$. Hubardov hamiltonijan možemo napisati u obliku $H = U + T$, gde je U - interakcioni član, a T

- kinetički član. Interakcioni član ima ulogu da delokalizuje elektrone nezavisno od spina koji poseduju dok kinetički član se protivi toj degenerizaciji. Hubbard-ov hamiltonijan sadrži dijagonalni, interakcioni član i nedijagonalni, kinetički član $H = U + T$. Možemo definisati podeliti Fockov prostor na dva potprostora: (1) potprostor stanja sa popunjenošću čvorova do najviše jedan elektron po čvoru : $S = \{|n_{1,\uparrow}, n_{1,\downarrow}, n_{2,\uparrow}, n_{2,\downarrow} \rangle: \forall i, n_{i,\uparrow} + n_{i,\downarrow} \leq 1\}$ i (2) potprostor stanja sa bar nekim od čvorova duplo popunjenim $D = \{|n_{1,\uparrow}, n_{1,\downarrow}, n_{2,\uparrow}, n_{2,\downarrow} \rangle: \exists i, n_{i,\uparrow} + n_{i,\downarrow} = 2\}$. Definišimo projektor P projektuje na potprostor S u kome želimo da vidimo kako glasi efektivan opis Hubbard-ovog hamiltonijana kao:

$$G_{SS}(E) = PG(E)P = (E - H_{eff})^{-1}. \quad (67)$$

Tada važi dekompozicija:

$$H = \begin{bmatrix} P(U + T)P & PT(I - P) \\ (I - P)TP & (I - P)(U + T)(I - P) \end{bmatrix} \quad (68)$$

Koristeći indetet:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{SS}^{-1} = (A - BD^{-1}C)^{-1} \quad (69)$$

sledi da efektivni hamiltonijan glasi:

$$H_{eff} = P(U + T)P - PT(I - P)[(I - P)(E - (U + T))(I - P)]^{-1}(I - P)TP \quad (70)$$

Uvešćemo aproksimaciju $\frac{E}{U} \ll 1$ i $\frac{t}{U} \ll 1$ koja skraćuje mogući razvoj na:

$$H_{eff} = PTP - PTU^{-1}TP \quad (71)$$

$$= P\left(T - \frac{t^2}{U} \sum_{ijk, \sigma\sigma'} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} n_{j\uparrow} n_{j\downarrow} c_{j\sigma'}^\dagger c_{k\sigma'}\right)P \quad (72)$$

Na half-filingu $n_i = 1$, nema praznih čvorova, pa nema transporta, sledi da je:

$$H_{eff} = -\frac{1}{U} (PTP) = \quad (73)$$

$$= -\frac{t^2}{U} \sum_{i,j} \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \sum_{\sigma'=\uparrow,\downarrow} P c_{\sigma,i}^\dagger c_{\sigma,j} c_{\sigma',j}^\dagger c_{\sigma',i} P = \quad (74)$$

$$= -\frac{t^2}{U} \sum_{i,j} \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \sum_{\sigma'=\uparrow,\downarrow} \left(P c_{\sigma,i}^\dagger c_{\sigma,j} P \right) \left(P c_{\sigma',j}^\dagger c_{\sigma',i} P \right) \quad (75)$$

Koristeći indentite:

$$c_{\sigma,i}^\dagger c_{\sigma',i} = \delta_{\sigma,\sigma'} \frac{1}{2} (n_{\uparrow,i} + n_{\downarrow,i}) + \frac{1}{2} c_{\alpha,i}^\dagger \vec{\sigma}_{\alpha,\beta} c_{\beta,i} \vec{\sigma}_{\sigma',\sigma} \quad (76)$$

i

$$c_{\sigma,j} c_{\sigma',j}^\dagger = \delta_{\sigma,\sigma'} \left(1 - \frac{1}{2} (n_{\uparrow,i} + n_{\downarrow,i}) \right) - \frac{1}{2} c_{\alpha,j}^\dagger \vec{\sigma}_{\alpha,\beta} c_{\beta,j} \vec{\sigma}_{\sigma',\sigma} \quad (77)$$

koji su posledica

$$\vec{\sigma}_{\alpha,\beta} \vec{\sigma}_{\sigma',\sigma} = 2\delta_{\alpha,\sigma} \delta_{\beta,\sigma'} - \delta_{\alpha,\beta} \delta_{\sigma',\sigma} \quad (78)$$

Ubacivanjem jednačina u dobijamo

$$H_{eff} = -\frac{t^2}{U} \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \sum_{\sigma'=\uparrow,\downarrow} \left(\frac{1}{2} \delta_{\sigma\sigma'} + \vec{S}_i \vec{\sigma}_{\sigma',\sigma} \right) \left(\frac{1}{2} \delta_{\sigma',\sigma} - \vec{S}_j \vec{\sigma}_{\sigma,\sigma'} \right), \quad (79)$$

gde je

$$\vec{S}_i = P \left(\frac{1}{2} c_{\alpha,i}^\dagger \vec{\sigma}_{\alpha,\beta} c_{\beta,i} \right) P \quad (80)$$

zato što projekcija na potprostor sa jednostruko popunjenim čvorovima zadovoljava SU(2) algebru:

$$[S_1^a, S_j^b] = \delta_{i,j} \epsilon^{abc} S_i^c, \forall i, j \in \Lambda, \quad (81)$$

u fundamentalnoj reprezentaciji je:

$$\mathbf{S}_i^2 = \frac{3}{4} \quad (82)$$

$$tr(\sigma^a \sigma^b) = 2\delta^{a,b}, a, b = 1, 2, 3 \quad (83)$$

Dobijamo hamiltonijan:

$$H_{eff} = -\frac{t^2}{U} \sum_{i,j} tr \left[\left(\frac{1}{2} + S_i^a \sigma^a \right) \left(\frac{1}{2} - S_j^b \sigma^b \right) \right] = \quad (84)$$

$$= \frac{2t^2}{U} \sum_{i,j} \left(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - \frac{1}{4} \right). \quad (85)$$

$$H_J = \frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{i,j} \left(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - \frac{1}{4} \right), J_{i,j} = \frac{4t^2}{U}. \quad (86)$$

Heisenbergov antiferomagnetni deo hamiltonijana nastaje kao posledica virtuelnih procesa gde elektron određenog spina dolazi na susedni čvor koji je popunjen elektronom suprotnog spina, oni mogu izmeniti spinove i elektron se vraća na početni čvor. Time elektron redukuje svoju kinetičku energiju i to navodi elektrone da se organizuju svoje spinove u antiferomagnetnom poretku. Proces vezan za ovu pojavu naziva se super-exchange interakcija.

U koliko ne radimo na half-fillingu efektivni hamiltonijan u t-J modelu ima oblik:

$$H_{eff} = H_T + H_J \quad (87)$$

gde je:

$$H_T = - \sum_{i,j} \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} t_{i,j} c_{\sigma,i}^\dagger c_{\sigma,j} \quad (88)$$

i

$$H_J = \frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{i,j} \left(\vec{S}_i \vec{S}_j - \frac{1}{4} n_i n_j \right), \vec{S}_i = \frac{1}{2} c_{\alpha,i}^\dagger \vec{\sigma}_{\alpha,\beta} c_{\beta,i}, n_i = c_{\alpha,i}^\dagger \delta_{\alpha,\beta} c_{\beta,i}. \quad (89)$$

U našem slučaju mi ćemo primeniti t-J model na jednosloj grafena i prepostavićemo da interakcija nije suviše jaka. Na half-fillingu rezultirajući hamiltonijan, u najnižem redu kuplovanja je:

$$H_J = J_{eff} \sum_{\vec{n}} \sum_{\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2} \vec{S}_{b1}(\vec{n} + \vec{\delta}_1) \vec{S}_{b2}(\vec{n} - \vec{\delta}_2), \quad (90)$$

gde je $J_{eff} \sim \frac{J^2 J_\perp}{t_\perp^2} = \frac{t^4}{U^3}$ i sumiranje je po podrešetci B1 u donjem sloju i podrešetci B2 u gornjem sloju slika 4. koji čine efektivnu šestougao nu rešetku (jednosloj). Antiferomagnetna interakcija je nezavisna od t_\perp , ali postoji samo ako je interakcija između slojeva prisutna.

Zbog neznatnosti energetskog procepa opaženog u eksperimentu Ref. 10, mi ne možemo očekivati veliku vrednost za on-site odbojnu silu U, koja onemogućuje dvostruku okupiranost čvorova. Zbog toga da bismo opisali fiziku dvoslojnog grafena oko nenaelektrisane tačke mi ćemo umesto modela bez dvostruke okupiranosti razmatrati model koji nazivamo efektivni $t_{eff} - J_{eff} - U$ model.

5.5 $t_{eff} - J_{eff} - U$

Naše razmatranje $t_{eff} - J_{eff} - U$ počecemo sa modelom opisanim jednačinom (99.) i ukoliko naše razmatranje ograničimo na okolinu nenaelektrisane tačke

važi $J_{eff} \sim \frac{J^2 J_{\perp}}{t_{\perp}^2} \sim \frac{t^4}{U^3} = \frac{1}{U} \left(\frac{t^2}{U} \right)^2 \sim \frac{1}{U} t_{eff}^2$. Zbog toga ćemo uvesti $t_{eff} \sim \frac{t^2}{U}$ kao efektivni hopping za exchange proces na half- fillingu. Prema tome, efektivni hamiltonijan može se opisati na dvojslojnom grafenu kao:

$$H_H = - \sum_{k \in IBZ} t_{eff} \gamma_k^2 b_{1k}^{\dagger} b_{2k} + h.c. + \sum_{i=1,2} \sum_{\vec{n}_i} U n_{\uparrow \vec{n}_i} n_{\downarrow \vec{n}_i} \quad (91)$$

sa $\gamma_k = \sum_{\vec{\delta}} \exp\{i\vec{k}\vec{\delta}\}$. Kinetički član opisuje jednosloj grafena sa interakcijom izmene između najbližih i trećih suseda, tako da je interakcija između najbližih suseda dvaputa veća od interakcije između trećih suseda. Može se dobiti i u slučaju neinteragujućeg dvoslojnog grafena ukoliko interakcija izmene između slojeva je velika. U tom slučaju je $t_{eff} = \frac{t^2}{t_{\perp}}$ kao što se vidi u jednačini (65.). Postoje dva glavna razloga zašto se ovaj hamiltonijan možemo primeniti na fiziku dvojslojnog grafena:

1) ukoliko razmatramo razvoj kinetičkog člana u jednačini (91.) u blizini K tačaka postaje isti kao u slučaju grafenskog dvojsloja, što je opisano u Ref[8].

2) njegov exchange proces vodi do fizike opisane jednačinom (90.)

Ukupni hamiltonijan kojim ćemo opisivati grafenski dvojsloj na half-fillingu:

$$H = H_J + H_H \quad (92)$$

gde je:

$$H_J = J_{eff} \sum_{\vec{n}} \sum_{\vec{\delta}} S_{b1}(\vec{n}) S_{b2}(\vec{n} - \vec{\delta}) \quad (93)$$

$$H_H = - \sum_{k \in IBZ} t_{eff} \gamma_k^2 b_{1k}^{\dagger} b_{2k} + h.c. + \sum_{i=1,2} \sum_{\vec{n}_i} U n_{\uparrow \vec{n}_i} n_{\downarrow \vec{n}_i} \quad (94)$$

5.6 Aproximacija srednjeg polja

U sledećim razmatranjima koristićemo oznake $t \equiv t_{eff}$ i $J \equiv J_{eff}$. Definišaćemo superprovodni parametar uređenja:

$$\Delta_{\vec{\delta}} = \langle b_{1i\uparrow} b_{2i+\vec{\delta}\downarrow} - b_{2i+\vec{\delta}\uparrow} b_{1i\downarrow} \rangle, \quad (95)$$

gde je $\vec{\delta}$ vektor između najbližih suseda i antiferomagnetni parametar uređenja:

$$m = \langle n_{i\uparrow} - n_{i\downarrow} \rangle. \quad (96)$$

Primenićemo na hamiltonijan dat jednačinom (91.) aproksimaciju srednjeg polja.

Da bismo primenili aproksimaciju srednjeg polja koristećemo izraz:

$$\vec{S}_i \vec{S}_j = -\frac{1}{2}(b_{i\uparrow} b_{j\downarrow} - b_{i\downarrow} b_{j\uparrow})(b_{j\downarrow}^\dagger b_{i\uparrow}^\dagger - b_{j\uparrow}^\dagger b_{i\downarrow}^\dagger) + \frac{1}{4} \quad (97)$$

Primenimo aproksimaciju srednjeg polja na Hajzenbergov deo hamiltonijana i koristimo indetetet $AB = \langle A \rangle B + A \langle B \rangle - \langle A \rangle \langle B \rangle$ tako da dobijemo:

$$H_S = -\frac{J}{2} \sum_{\vec{n}, \vec{\delta}} \vec{S}_{b1}(\vec{n}) \vec{S}_{b2}(\vec{n} + \vec{\delta}) = \quad (98)$$

$$= -\frac{J}{2} \sum_{\vec{n}, \vec{\delta}} (b_{1,\vec{n},\uparrow} b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\downarrow} - b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\uparrow} b_{1,\vec{n},\downarrow}) (b_{1,\vec{n},\uparrow}^\dagger b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\downarrow}^\dagger - b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\uparrow}^\dagger b_{1,\vec{n},\downarrow}^\dagger) = \quad (99)$$

$$= -\frac{J}{2} \sum_{\vec{n}, \vec{\delta}} (\langle b_{1,\vec{n},\uparrow} b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\downarrow} \rangle - \langle b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\uparrow} b_{1,\vec{n},\downarrow} \rangle) (b_{1,\vec{n},\uparrow}^\dagger b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\downarrow}^\dagger - b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\uparrow}^\dagger b_{1,\vec{n},\downarrow}^\dagger) + \quad (100)$$

$$+ (b_{1,\vec{n},\uparrow} b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\downarrow} - b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\uparrow} b_{1,\vec{n},\downarrow}) (\langle b_{1,\vec{n},\uparrow}^\dagger b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\downarrow}^\dagger \rangle - \langle b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\uparrow}^\dagger b_{1,\vec{n},\downarrow}^\dagger \rangle) - \quad (101)$$

$$- (\langle b_{1,\vec{n},\uparrow} b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\downarrow} \rangle - \langle b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\uparrow} b_{1,\vec{n},\downarrow} \rangle) (\langle b_{1,\vec{n},\uparrow}^\dagger b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\downarrow}^\dagger \rangle - \langle b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\uparrow}^\dagger b_{1,\vec{n},\downarrow}^\dagger \rangle) = \quad (102)$$

$$= -\frac{J}{2} \sum_{\vec{n}, \vec{\delta}} \Delta_{\vec{\delta}} (b_{1,\vec{n},\uparrow}^\dagger b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\downarrow}^\dagger - b_{2,\vec{n}+\vec{\delta},\uparrow}^\dagger b_{1,\vec{n},\downarrow}^\dagger) + \quad (103)$$

$$+ h.c. + \frac{J}{2} N \sum_{\vec{\delta}} |\Delta_{\vec{\delta}}|^2. \quad (104)$$

Već smo pokazali da je:

$$H = -\frac{U}{2} \sum_{\vec{n}} \sum_{i=1,2} (-1)^i m (n_{\vec{n}\uparrow} - n_{\vec{n}\downarrow}) + \frac{Um^2}{2} N \quad (105)$$

gde je N broj elementarnih ćelija. Ukoliko koristimo Furijev transform operatora dobijamo hamiltonijan u aproksimaciji srednjeg polja u inverznom prostoru:

$$H_{MF} = \frac{1}{2} N J \sum_{\vec{\delta}} |\Delta_{\vec{\delta}}|^2 + U \frac{m^2}{2} N - \quad (106)$$

$$-\frac{J}{2} \sum_{\vec{k}, \vec{\delta}} \Delta_{\vec{\delta}} (b_{1,\vec{k},\uparrow}^\dagger b_{2,-\vec{k},\downarrow}^\dagger e^{i\vec{k}\vec{\delta}} - b_{2,-\vec{k},\uparrow}^\dagger b_{1,\vec{k},\downarrow}^\dagger e^{i\vec{k}\vec{\delta}}) + \quad (107)$$

$$+ \frac{U}{2} \sum_{\vec{k}} \sum_{i=1,2} (-1)^i m (n_{i\vec{k}\uparrow} - n_{i\vec{k}\downarrow}) \quad (108)$$

Uvešćemo smenu $\Delta(\vec{k}) = \sum_{\vec{\delta}} \Delta_{\vec{\delta}} e^{i\vec{k}\vec{\delta}}$. Korišćenjem spinora : $\psi_k = [b_{1,k,\uparrow}, b_{2,k,\uparrow}, b_{1,-k,\downarrow}^\dagger, b_{2,-k,\downarrow}^\dagger]^T$ možemo pisati hamiltonijan u aproksimaciji srednjeg polja u dijagonalnom obliku u inverznom prostoru kao:

$$H_{MF} = \psi_k^\dagger H_0 \psi_k + \frac{1}{2} N J \sum_{\vec{\delta}} |\Delta_{\vec{\delta}}|^2 + U \frac{m^2}{2} N \quad (109)$$

gde je

$$H = \begin{bmatrix} \frac{U}{2}m & -t\gamma_k^2 & 0 & -\frac{J}{2}\Delta(k) \\ -t\gamma_k^{*2} & -\frac{U}{2}m & -\frac{J}{2}\Delta(-k) & 0 \\ 0 & -\frac{J}{2}\Delta^*(-k) & \frac{U}{2}m & t^*\gamma_{-k}^2 \\ -\frac{J}{2}\Delta^*(k) & 0 & t\gamma_{-k}^2 & -\frac{U}{2}m \end{bmatrix} \quad (110)$$

5.7 Simetrijska analiza

Simetrijska analiza parametra uređenja šestougane rešetke grafena prvi put je uređena u (Ref 21.). Grupa simetrije je $U(1) \otimes C_{3v}$, gde $U(1)$ predstavlja unitarnu grupu simetrije od koje potiče faznog stepena slobode koji bi vodio super strujama proporcionalnim gradijentu te faze koje bi ekranirale magnetno polje ukoliko je ono prisutno. Mi pretpostavljamo da se super struja ne može razviti u antiferomagnetizmu. Mi ćemo uzeti da je Δ čisto realno bez faznog stepena slobode. C_{3v} predstavlja grupu simetrije same šestougane rešetke. Elementi ove grupe simetrije su rotacija za ugao od 120° i vertikalna simetrija.

Na osnovu simetrijske analize zaključujemo da je bazis prostora parametra uređenja šestougane rešetke:

$$\Delta(1, 1, 1) \quad (111)$$

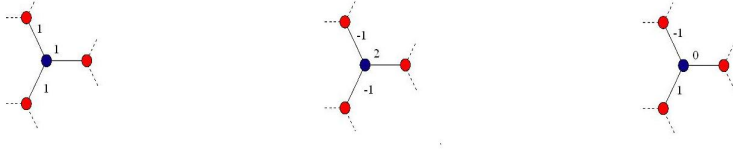
$$\Delta_{\vec{\delta}} : \Delta(2, -1, -1) \quad (112)$$

$$\Delta(0, 1, -1) \quad (113)$$

$$(114)$$

Ova tri rešenja su prikazana na slici 11. s -talas, $\Delta_{\vec{\delta}} = \Delta(1, 1, 1)$, pripada prirodnoj A_1 , ireducibilnoj reprezentaciji, kristalne tačkaste grupe C_{3v} grafenske šestougane rešetke. Poslednje dve mogućnosti pripadaju dvodimenzionom prostoru ireducibilne reprezentacije S_3 . Posledica toga je da svaka kombinacija tih dva parametra uređenja je dozvoljena po simetriji. Drugo rešenje pripada E_2 ireducibilnoj reprezentaciji C_{3v} grupe, dok treće pripada E_1 reprezentaciji. Odgovarajući razvoj s -talasa, $\Delta_{\vec{\delta}} = \Delta(1, 1, 1)$, oko K tačke je:

$$\Delta(\vec{k} + \vec{K}_{\pm}) = \Delta \frac{a\sqrt{3}}{2} (-k_x \pm ik_y) \quad (115)$$



Slika 11: Simetrijska analiza šestougaone rešetke grafena. s-wave, $d_{x^2-y^2}$ -wave, d_{xy} -wave.

Za $d_{x^2-y^2}$ talas, $\Delta_\delta = \Delta(2, -1, -1)$, oko K_\pm tačkaka, tačka $q = K + k$ imamo

$$\Delta_1(k) = \Delta \left[3 \pm \frac{\sqrt{3}}{2} (k_x \pm ik_y) \right] \quad (116)$$

za d_{xy} talas, $\Delta_\delta = \Delta(0, 1, -1)$ odgovarajući razvoji su

$$\Delta_2(k) = \Delta i \left[\pm \sqrt{3} - \frac{1}{2} (k_x \pm ik_y) \right]. \quad (117)$$

Ako uzmemo da je kombinacija $d + id \Delta_1(k) \pm i\sqrt{3}\Delta_2(k)$ odgovarajući razvoji oko K tačkaka su ili 6Δ ili linearni po k_x i k_y .

5.8 $d + id$

U analizi $d + id$ talasa mi ćemo zadržati vodeći član u ponašanju $d + id$. Tako da je :

$$\mathcal{H}_{d-id} = \begin{bmatrix} \frac{U}{2}m & -t\gamma_k^2 & 0 & -J3\Delta \\ -t\gamma_k^{*2} & -\frac{U}{2}m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{U}{2}m & t\gamma_{-k}^{*2} \\ -J3\Delta & 0 & t\gamma_{-k}^2 & -\frac{U}{2}m \end{bmatrix}, \quad (118)$$

i

$$\mathcal{H}_{d+id} = \begin{bmatrix} \frac{U}{2}m & -t\gamma_k^2 & 0 & 0 \\ -t\gamma_k^{*2} & -\frac{U}{2}m & -J3\Delta & 0 \\ 0 & -J3\Delta & \frac{U}{2}m & t\gamma_{-k}^{*2} \\ 0 & 0 & t\gamma_{-k}^2 & -\frac{U}{2}m \end{bmatrix}, \quad (119)$$

gde smo za $d \pm id$ uzimali razvoje oko K tačkaka $\Delta(k) = \Delta_1(k) + i\sqrt{3}\Delta_2(k)$. Koristili smo smene $\frac{U}{2}m \equiv m$, $J3\Delta \equiv \Delta$, i $ta^2\frac{3}{4} \equiv t$. Razvoj stukturnog faktora γ_k oko K tačkaka je $\gamma_{K\pm k} \approx \mp a\frac{\sqrt{3}}{2}(k_x \mp ik_y)$.

Rešavanjem svojstvenog problema prethodna dva hamiltonijana oko K tačkaka dobijamo sledeće izraze za svojstvene energije:

$$E = \pm \sqrt{m^2 + \left(\frac{\Delta}{2} \pm \sqrt{t^2 k^4 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2}\right)^2}. \quad (120)$$

Ovo je Bogoljubov spektar. Na osnovu prethodne jednačine vidimo da su i $d + id$ i $d - id$ su jednako mogući u antiferomagnetnom uređenju.

$d \pm id$ može da koegzistira sa antiferomagnetizmom, ali samo za određene vrednosti J i U parametara. Mi smo pronašli interval koegzistencije $d \pm id$ i antiferomagnetizma za konačan interval vrednosti J i U. Za potrebe izračunavanja ukupne energije u aproksimaciji srednjeg polja uvodimo veličinu:

$$f = \sum_s \int \frac{d^2 \vec{k}}{(2\pi)^2} \sqrt{m^2 + s \sqrt{t^2 k^4 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2}} \quad (121)$$

gde je $s = \pm$, dalje uvođenjem smene $x^2 = t^2 k^4 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2$:

$$f = \int \frac{d^2 \vec{k}}{(2\pi)^2} \left(\sqrt{m^2 + \left(\frac{\Delta}{2} + x\right)^2} + \sqrt{m^2 + \left(\frac{\Delta}{2} - x\right)^2} \right) \quad (122)$$

$$f = \int \frac{xdx}{4\pi t \sqrt{x^2 - \delta^2}} \left(\sqrt{m^2 + (\delta + x)^2} + \sqrt{m^2 + (\delta - x)^2} \right) \quad (123)$$

$$= \int \frac{xdx}{4\pi t \sqrt{x^2 - \delta^2}} \sqrt{m^2 + \delta^2 + x^2} \left(\sqrt{1 + \frac{2\delta x}{m^2 + \delta^2 + x^2}} + \sqrt{1 - \frac{2\delta x}{m^2 + \delta^2 + x^2}} \right) \quad (124)$$

Razvojem u red do četvrtog člana dobijamo:

$$f = \int \frac{xdx}{4\pi t \sqrt{x^2 - \delta^2}} \sqrt{m^2 + \delta^2 + x^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{2\delta x}{m^2 + \delta^2 + x^2} - \frac{1}{8} \frac{4\delta^2 x^2}{(m^2 + \delta^2 + x^2)^2} \right) \quad (125)$$

$$+ \frac{1}{16} \frac{8\delta^3 x^3}{(m^2 + \delta^2 + x^2)^3} - \frac{5}{128} \frac{16\delta^4 x^4}{(m^2 + \delta^2 + x^2)^4} + \dots \quad (126)$$

$$+ 1 - \frac{2\delta x}{m^2 + \delta^2 + x^2} - \frac{1}{8} \frac{4\delta^2 x^2}{(m^2 + \delta^2 + x^2)^2} - \frac{1}{16} \frac{8\delta^3 x^3}{(m^2 + \delta^2 + x^2)^3} - \frac{5}{128} \frac{16\delta^4 x^4}{(m^2 + \delta^2 + x^2)^4} \quad (127)$$

dalje

$$f \approx \int \frac{xdx}{4\pi t \sqrt{x^2 - \delta^2}} \sqrt{m^2 + \delta^2 + x^2} \left(2 - \frac{\delta^2 x^2}{(m^2 + \delta^2 + x^2)^2} - \frac{5}{4} \frac{\delta^4 x^4}{(m^2 + \delta^2 + x^2)^4} \right) \quad (128)$$

uvodimo smenu $y = x^2$

$$f \approx \int \frac{dy}{8\pi t \sqrt{y - \delta^2}} \sqrt{m^2 + \delta^2 + y} \left(2 - \frac{\delta^2 y}{(m^2 + \delta^2 + y)^2} - \frac{5}{4} \frac{\delta^4 y^2}{(m^2 + \delta^2 + y)^4} \right) \quad (129)$$

Integrale smo rešili pomoću programa Mathematica 6 i tako dobijamo izraz:

$$f = \frac{1}{8\pi t} (2\sqrt{y - \delta^2} \sqrt{m^2 + \delta^2 + y} + 2(m^2 + 2\delta^2) \ln[\sqrt{m^2 + \delta^2 + y} + \sqrt{y - \delta^2}]) +$$

$$+ 2\delta^2 \left(\sqrt{\frac{y - \delta^2}{m^2 + \delta^2 + y}} \left(\frac{m^2 + \delta}{m^2 + 2\delta} \right) - \ln(\sqrt{m^2 + \delta^2 + y} + \sqrt{y - \delta^2}) \right) +$$

$$- \frac{1}{6} \delta^4 \sqrt{\frac{y - \delta^2}{m^2 + \delta^2 + y}} \left(\frac{8\delta^8 + 8\delta^6(3y^2 + m^2) + \delta^4((28\delta^4 + 3m^2 + 16m^2\delta^2)y^2)}{(m^2 + y + \delta^2)^2(m^2 + 2\delta^2)^3} \right) \Big|_{\delta^2}^{x_0^2} (130)$$

Integralimo do konačnog "cut-off"-a i pretpostavljamo da je taj "cut-off" vodeći član:

$$f = \frac{1}{8\pi t} \left(2x_0^2 + 2(m^2 + \delta^2) \ln \left(\frac{2x_0^2}{\sqrt{m^2 + 2\delta^2}} \right) + 2\delta^2 \frac{m^2 + \delta^2}{m^2 + 2\delta^2} - \frac{1}{6} \delta^4 \frac{28\delta^4 + 3m^2 + 16m^2\delta^2}{m^6 + 6m^4\delta^2 + 6m^2\delta^4 + 8\delta^6} \right)$$

$$f = \frac{1}{8\pi t} \left(2x_0^2 + 2(m^2 + \delta^2) \ln \left(\frac{2x_0^2}{\sqrt{m^2 + 2\delta^2}} \right) + 2\delta^2 \frac{m^2 + \delta^2}{m^2 + 2\delta^2} - \frac{1}{6} \delta^4 \frac{3m^2}{m^6} \right)$$

$$f = \frac{1}{8\pi t} \left(2x_0^2 + 2(m^2 + \delta^2) \ln \left(\frac{2x_0^2}{\sqrt{m^2 + 2\delta^2}} \right) + 2\delta^2 - 2 \frac{\delta^4}{m^2} - \frac{1}{2} \frac{\delta^4}{m^2} \right)$$

$$f = \frac{1}{8\pi t} \left(2x_0^2 + 2(m^2 + \delta^2) \ln \left(\frac{2x_0^2}{\sqrt{m^2 + 2\delta^2}} \right) + 2\delta^2 - \frac{5}{2} \frac{\delta^4}{m^2} \right)$$

Razvijanjem izraza ln u red i pretpostavljanjem da je $2 \frac{\delta^2}{m^2}$ dalje sledi:

$$f = \frac{1}{8\pi t} \left(2x_0^2 + 2(m^2 + \delta^2) \ln(2x_0) - (m^2 + \delta^2) \ln(m^2) - \frac{5\delta^4}{2m^2} \right) \quad (131)$$

Energija u aproksimaciji srednjeg polja po broju elementarnih ćelija je:

$$\frac{E_{MF}}{N} = \frac{8}{3} \frac{\delta^2}{J} + 2 \frac{m^2}{U} - \frac{v}{8\pi t} \left(2x_0^2 + 2(m^2 + \delta^2) \ln(2x_0) - (m^2 + \delta^2) \ln(m^2) - \frac{5\delta^4}{2m^2} \right) (132)$$

gde je v zapremina elementarne ćelije. Tražimo odgovarajuće minimume energije aproksimacije srednjeg polja po broju elementarnih ćelija:

$$\frac{\partial(E_{MF}/N)}{\partial\delta^2} = \frac{8}{3} \frac{1}{J} - \frac{v}{8\pi t} \left(2 \ln \left(\frac{2x_0}{m} \right) - 5 \frac{\delta^2}{m^2} \right) = 0 \quad (133)$$

$$\frac{\partial(E_{MF}/N)}{\partial m^2} = 2 \frac{1}{U} - \frac{v}{8\pi t} \left(2 \ln \left(\frac{2x_0}{m} \right) - 1 - \frac{\delta^2}{m^2} \right) = 0. \quad (134)$$

Rešavanjem sistema jednačina se dobija:

$$\frac{8}{3} \frac{1}{J} - w \ln \left(\frac{2x_0}{m} \right) + w \frac{5}{2} \frac{\delta^2}{m^2} = 0 \quad (135)$$

$$\frac{1}{U} - w \ln \left(\frac{2x_0}{m} \right) + \frac{w}{2} + \frac{w}{2} \frac{\delta^2}{m^2} = 0 \quad (136)$$

$$2 \frac{\delta^2}{m^2} = \frac{\frac{2}{U} - \frac{8}{3J} + \frac{w}{2}}{w} \quad (137)$$

gde smo uveli oznaku $\omega = \frac{v}{4\pi t}$. Kako smo ranije pretpostavili da je $2 \frac{\delta^2}{m^2} > 0$ i $2 \frac{\delta^2}{m^2} < 1$ sledi:

$$2 \frac{\delta^2}{m^2} > 0 \Rightarrow \frac{2}{U} - \frac{8}{3J} + \frac{w}{2} > 0 \quad (138)$$

$$\frac{J}{U} - \frac{4}{3} + \frac{1}{4} Jw > 0 \quad (139)$$

$$\frac{J}{U} > \frac{4}{3} - \frac{1}{4} Jw \quad (140)$$

$$2 \frac{\delta^2}{m^2} < 1 \Rightarrow \frac{2}{U} - \frac{8}{3J} + \frac{w}{2} < 1 \quad (141)$$

$$\frac{2}{Uw} - \frac{8}{3Jw} + \frac{1}{2} < 1 \quad (142)$$

$$\frac{J}{U} - \frac{4}{3} < \frac{Jw}{4} \quad (143)$$

$$\frac{J}{U} < \frac{4}{3} + \frac{Jw}{4} \quad (144)$$

Sledi da je koegzistencija topološke $d + id$ superprovodnosti i antifemagnetizma moguća za vrednosti J i U :

$$\frac{4}{3} - \frac{Jw}{4} < \frac{J}{U} < \frac{4}{3} + \frac{Jw}{4} \quad (145)$$

5.9 U prisustvu magnetnog polja

U prisustvu magnetnog polja možemo uvesti kreacione i anihilacione operatore :

$$a = \sqrt{\frac{c}{2eB\hbar}} \pi_+ \text{ i } a^\dagger = \sqrt{\frac{c}{2eB\hbar}} \pi_-$$

kao što smo ranije objasnili. Hamiltonijan oko K_+ tačke je:

$$H_{+(d-id)B}^0 = \begin{bmatrix} m & -\omega_C (a^\dagger)^2 & 0 & -\Delta \\ -\omega_C a^2 & -m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & \omega_C (a^\dagger)^2 \\ -\Delta & 0 & \omega_C a^2 & -m \end{bmatrix} \quad (146)$$

$\omega_C = \frac{eB}{mc}$ predstavlja ciklotronsku frekvenciju, gde je B magnetno polje, m efektivna masa. Svojstveni vektori mogu se izraziti kao četvero-dimenzioni spinorski koeficijenti svojstvenih vektora $\psi_n a^\dagger a$ operatora popunjenosti, t.j. važi $a^\dagger a \psi_n = n \psi_n$, gde su n svojstvene vrednosti $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. U prisustvu malog magnetnog polja mi ćemo tražiti svojstvena stanja u obliku:

$$\psi_n = [c_1 c_2 c_3 c_4]^T |n\rangle \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (147)$$

Nambu-Gorkov formalizam sa četvorodimenzionalnim spinorom udvaja broj stepeni slobode. Zbog toga se u spektru dupliraju energetske nivoe ($\pm E$). Tako kada rešimo svojstveni problem $H_{+(d-id)B}$ moramo zadržati nivoe bez simetrije koje se kontinualno povezuju sa energetskim nivoima superprovodne nestabilnosti ($\Delta \neq 0$) i koje se odnose na 2x2 gornji, levi blok hamiltonijana u dijagonalnoj formi, koji opisuje niskoenergetski transport.

U malom magnetnom polju magnetno polje može se razmatrati kao mala perturbacija. Hamiltonijan se može napisati u obliku:

$$H_{+(d-id)B}^0 = H_0 + V \quad (148)$$

gde je

$$H_0 = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m & -\Delta & 0 \\ 0 & -\Delta & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m \end{bmatrix}, \quad (149)$$

i

$$V = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_c(a)^2 & 0 & 0 \\ -\omega_c(a^\dagger)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_c(a)^2 \\ 0 & 0 & \omega_c(a^\dagger)^2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (150)$$

Rešavanjem osnovnog stanja H_0

$$\det(H_0 - E) = 0 \quad (151)$$

gde problem svodimo na 2x2 problem gde je :

$$H_{11} = H_{22} = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & -m \end{pmatrix} \quad (152)$$

a

$$H_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\Delta & 0 \end{pmatrix} \quad (153)$$

$$H_{21} = \begin{pmatrix} 0 & -\Delta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (154)$$

Koristeći indetet $H_{11} + H_{12}(H_{22} - E)^{-1}H_{21} = E$ sledi:

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & -m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\Delta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{m-E} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m-E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\Delta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix} \quad (155)$$

Prostim množenjem matrica dobijamo svojstvene vrednosti energije: $E_1 = -m$ i $E_2 = \sqrt{\Delta^2 + m^2}$. Daljim razmatranjem svojstvenog problema dobijamo svojstvene vektore:

$$\Psi_1 = [1, 0, 0, 0]^T |n \rangle \quad (156)$$

za svojstvenu vrednost energije $E = -m$ i

$$\Psi_2 = c [E + m, 0, -\Delta, 0]^T |n \rangle \quad (157)$$

za svojstvenu vrednost energije $E_2 = \sqrt{\Delta^2 + m^2}$ gde je $E = \sqrt{m^2 + \Delta^2}$ i $c = \frac{1}{\sqrt{2E(E+m)}}$. Primenom teorije pertubacije do drugog reda na malo magnetno polje kao perturbaciju dobijamo: $E_1^n = -m - \frac{(n+2)(n+1)\omega_C^2}{2E}$ i $E_2^n = E + \frac{n(n-1)\omega_C^2}{2E}$. Razmatrajući isti problem oko K_+ tačke dobijamo:

$$H_{-(d-id)B}^0 = \begin{bmatrix} m & -\omega_C(a)^2 & 0 & -\Delta \\ -\omega_C(a^\dagger)^2 & -m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & \omega_C(a)^2 \\ -\Delta & 0 & \omega_C(a^\dagger)^2 & -m \end{bmatrix} \quad (158)$$

Svojstvene energije u ovom slučaju su: $E_1 = m$ i $E_2 = -\sqrt{m^2 + \Delta^2}$ a teorijom pertubacije dobijamo: $E_1^n = m + \frac{(n+2)(n+1)\omega_C^2}{2E}$ i $E_2^n = -E - \frac{n(n-1)\omega_C^2}{2E}$

Na osnovu toga možemo zaključiti da se energija energetskog procepa menja od $E_g = 2m$ za prvi Landaov nivo do $E_g = 2m + 2\frac{\omega_C^2}{E}$ u prisustvu d-id superprovodnosti. Kako je ciklotronska konstanta ω_C proporcionalna sa magnetnim poljem B energetski procep će zavisiti kvadratno od slabog magnetnog polja. U slučaju d + id superprovodnih korelacija te zavisnosti nema.

Da bismo pronašli da li d + id ili d - id koegzestira sa antiferomagnetizmom u prisustvu magnetnog polja definisanog pravca jednačinama (146.) mi ćemo uporediti energije njihovovih osnovnih stanja data sumama nivoa ispod Fermi ($E=0$) energije:

$$E^{d-id} = \sum_{n=0}^{n'} \left(-m - (n+1)(n+2)\frac{\omega_C^2}{2E} \right) + \sum_{n=0}^{n''} \left(-E - n(n-1)\frac{\omega_C^2}{2E} \right) \quad (159)$$

i

$$E^{d+id} = \sum_{n=0}^{\bar{n}'} \left(-E - (n+1)(n+2) \frac{\omega_C^2}{2E} \right) + \sum_{n=0}^{\bar{n}''} \left(-m - n(n-1) \frac{\omega_C^2}{2E} \right) \quad (160)$$

Uvedimo smenu $\delta = \frac{\omega_C^2}{2E}$. Granica sumiranja odredjena cut-off $-E_C$:

$$-m - (n' + 1)(n' + 2)\delta = -E_C \quad (161)$$

$$(n' + 1)(n' + 2) = \frac{E_C - m}{\delta} \equiv x, \quad (162)$$

i analogno

$$-E - n''(n'' - 1)\delta = -E_C \quad (163)$$

$$n''(n'' - 1) = \frac{E_C - E}{\delta} \equiv y, \quad (164)$$

$$-E - (\bar{n}' + 1)(\bar{n}' + 2)\delta = -E_C \quad (165)$$

$$(\bar{n}' + 1)(\bar{n}' + 2) = \frac{E_C - E}{\delta} \equiv y, \quad (166)$$

$$-m - \bar{n}''(\bar{n}'' - 1)\delta = -E_C \quad (167)$$

$$\bar{n}''(\bar{n}'' - 1) = \frac{E_C - m}{\delta} \equiv x, \quad (168)$$

Iz jednacine (4) dobijam:

$$(n' + 1)(n' + 2) = x \quad (169)$$

$$n'^2 + 3n' + (2 - x) = 0 \quad (170)$$

$$n' = \frac{-3 \pm \sqrt{1 + 4x}}{2} \quad (171)$$

Analogno iz jednacine (6) dobijam

$$n'' = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4y}}{2} \quad (172)$$

Iz jednacine(8) dobijam

$$\bar{n}' = \frac{-3 \pm \sqrt{1 + 4y}}{2} \quad (173)$$

Iz jednacine (10) dobijam

$$\bar{n}'' = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4x}}{2} \quad (174)$$

Sumiranjem konacnih nizova dobijam:

$$E^{d-id} - E^{d+id} = -m(n' + 1) - \frac{(1 + n')(2 + n')(3 + n')}{3} \delta - \quad (175)$$

$$-E(n'' + 1) - \frac{(n'' - 1)n''(n'' + 1)}{3} \delta + \quad (176)$$

$$+E(\bar{n}' + 1) + \frac{(1 + \bar{n}')(2 + \bar{n}')(\bar{n}' + 3)}{3} \delta + \quad (177)$$

$$+m(\bar{n}'' + 1) + \frac{(-1 + \bar{n}'')\bar{n}''(\bar{n}'' + 1)}{3} \delta \quad (178)$$

Zamenom izraza (13),(14),(15) i (16) u prethodnu jednacinu :

$$E^{d-id} - E^{d+id} = -m \left(\frac{-3 \pm \sqrt{1+4x}}{2} \right) - \frac{x \cdot \frac{3 \pm \sqrt{1+4x}}{2}}{3} \delta - \quad (179)$$

$$-E \frac{1 \pm \sqrt{1+4y}}{2} - \frac{y \cdot \frac{3 \pm \sqrt{1+4y}}{2}}{3} \delta + \quad (180)$$

$$+E \frac{-3 \pm \sqrt{1+4y}}{2} + \frac{y \cdot \frac{3 \pm \sqrt{1+4y}}{2}}{3} \delta + \quad (181)$$

$$+m \left(\frac{1 \pm \sqrt{1+4x}}{2} \right) + \frac{x \cdot \frac{3 \pm \sqrt{1+4x}}{2}}{3} \delta \quad (182)$$

$$(183)$$

$$E^{d-id} - E^{d+id} = 2(m - E). \quad (184)$$

Dakle, energetska minimizacija vodi d - id superprovodnim korelacijama za fiksirani pravac magnetnog polja, datim jednačinom (146.) i time dovodi do kvadratne zavisnosti energetskog procepa sistema od slabog magnetnog polja.

6 Zaključak

Moj diplomski rad je inspirisan skorašnjim eksperimentom Ref 10. U radovima [12.-14.] predložena su objašnjenja eksperimenta Ref. 10 bazirana na teoriji srednjeg polja. Mi smo u ovom radu koristili teoriju srednjeg polja i t-J-U model jednosloja šestougaoe rešetke koja ima isti nisko energetska opis kinetičkog člana kao i dvojslojni grafen da bismo opisali kvadratnu zavisnost energetskog procepa od slabog magnetnog polja. Ilustrovali smo kako u prisustvu slabog magnetnog polja energija energetskog procepa kvadratno zavisi od magnetnog polja ako se uzmu u obzir d+id superprovodne korelacije, koje narušavaju vremensku simetriju i mogu da koegzistiraju sa antiferomagnetizmom. Ukoliko bismo zadržali linearne članove manje važnosti u razvoju superprovodnog parametra uređenja dobili bismo asimetriju koja bi verujemo vodila asimetriji koja je detektovana u eksperimentu pri merenju evolucije izolatorskog stanja. Zbog nemogućnosti primene perturbacione teorije nismo mogli da opišemo linearnu zavisnost energetskog procepa od magnetnog polja u prisustvu jakog magnetnog polja.

Literatura

- [1] A.K. Geim, K.S. Novoselov, NATURE MAT. 6, 183 (2007.)
- [2] A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, Rev. Mod. Phys. 81, 109 (2009)
- [3] A. H. Castro Neto, F. Guinea, and N. M. R. Peres, Physics World 19, 33 (2006).
- [4] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Gregorieva, and A. A. Firsov, Science 306, 666 (2004).
- [5] E. McCann and V.I. Falko, Phys. Rev. Lett. **96**, 086805 (2006).
- [6] M.O. Georbig, Rev. Mod. Phys. **83**, 1193 (2011)
- [7] M.O. Georbig, arXiv:0909.1998. (2009)
- [8] E. McCann and V. Fal'ko, Physics Review Letters 96, 086805 (2006)
- [9] E. McCann, D.S.L. Abergel and V. I. Fal'ko, Solid State Communications 143, 110 (2007)
- [10] J. Velasco Jr., L. Jing, W. Bao, Y. Lee, P. Kratz, V. Aji, M. Bockrath, C.N. Lau, C. Varma, R. Stillwell, D. Smirnov, F. Zhang, J. Jung, A.H. MacDonald, Nature Nanotechnology,7,156(2012)
- [11] O. Vafek, Phys. Rev. B **82**, 205106 (2010).
- [12] M. Kharitonov, arXiv:1109.1553
- [13] L. Zhu, Vivek Aji, Chandra M. Varma, arXiv: 1202.0821.
- [14] B. Roy, arxiv:1203.6340
- [15] R.E. Throckmorton and O. Vafek, arXiv:1111.2076
- [16] Z.-C. Gu, H.-C. Jiang, D.N. Sheng, H. Yao, L. Balents, and X.-G. Wen, arXiv:1110.1183
- [17] H. Heiselberg, Phys. Rev. A **79**, 063611 (2009).
- [18] F.C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **90**, 207002 (2003).
- [19] F. Yuan, Q. Yuan, and C. S. Ting, Phys. Rev. B **71**, 104505 (2005).

- [20] R.B. Laughlin, arXiv:cond-mat/0209269
- [21] A.M. Black-Schaffer and S. Doniach, Phys. Rev. B **75**, 134512 (2007).
- [22] D. Poletti, C. Miniatura, B. Gremaud, Euro. Phys. Lett. **93**, 37008 (2011).
- [23] Asa Auerbach, Interacting Electrons and Quantum Magnetism

Sadržaj

1 Grafen	1
1.1 Kristalna struktura grafena	1
1.2 Landauovi nivoi u grafenu	7
2 Dvoslojni grafen	9
3 Opis eksperimenta	14
4 Pregled radova	18
5 Koegzistencija antiferomagnetizma i $d + id$ superprovodnosti u dvoslojnom grafenu	20
5.1 Uvod	20
5.2 Antiferomagnetni parametar uređenja	20
5.3 Model i motivacija	24
5.4 t-J model	25
5.5 $t_{eff} - J_{eff} - U$	28
5.6 Aproksimacija srednjeg polja	29
5.7 Simetrijska analiza	31
5.8 $d + id$	32
5.9 U prisustvu magnetnog polja	35
6 Zaključak	41
Literatura	42