НОВИ МОДЕЛ НАСТАНКА ПЛАНЕТА

А. Балаж, А. Белић и А. Богојевић

Институт за физику
Прегревица 118, Земун 11080

Апстракт

У овом раду дајемо приказ основних особина новог једно-параметарског ефективног модела који описује формирање планетарних система из гравитационо колапсирајућег протопланетарног диска. Модел описује спонтано формирања две врсте кондензата, лаких (прашина и гас) и тешких (планете), који се разликују по томе како се скалирају са променом почетног броја честица N. Масе и спинови тешких кондензата се добро слажу са подацима везаним за планете сунчевог система. Разматране особине лаких и тешких кондензата су дате преко скупа експонената скалирања. Праћена је и зависност продуката кондензације од почетних услова, односно од дистрибуције масе унутар протопланетарног диска, и установљено је да се ти почетни услови разбијају на мали број класа еквиваленције. Показано је да су већина идентификованих експонената универзални, тј. константни у оквиру дате класе почетних услова. Због овога је могуће добити важне конкретне предикције о последицама кондензације и у случају сасвим грубог познавања особина протопланетарног диска. Последица универзалности је и могућност калибрације приказаног модела и његова примена на анализу формирања планетарних система око других звезда, као и на опис стварања бинарних звезданих система.

Увод

У протеклих неколико година је дошло до експлозије мерних резултата о планетама које кружe око других звезда. Прошло је мање од четири године од открића прве такве планете, а данас већ располажемо подацима о њих двадесетак [1]. У скорој будућности очекујемо даље драматично повећање њиховог броја. Темпо нових открића ће у великој мери зависити од динамике лансирања серије пројектованих сателита посвећених трагању за ван-соларним планетама [2], но и песимистична предвиђања говоре о стотинама детектованих планета у току следећих десет година. Имајући ово у виду, не чуди што се класични проблем разумевања детаља формирања планетарних система [3], поново нашао у центру пажње великог броја истраживања [4] - [8]. Један од основних циљева свих тих истраживања је да се одреди вероватноћа постојања планета сличних Земљи.

Експоненцијални раст рачунарких могућности у протекле две деценије је учинио да нумеричке *ab initio* симулације постану основни метод за разматрање динамике изузетно великог броја гравитационо интерагујућих тела. Упркос великим успесима у примени ових метода [9], оне још нису у могућности да послуже за детаљно разматрање проблема настанка сунчевог система, а још мање да се користе за анализу стварања планетарних система у најопштијим околностима. Масе планета у сунчевом систему покривају четири реда величина, стога је најмањи број почетних тела са којима треба радити бар $N = 10^6$, што је два реда величине више почетних тела него што је доступно садашњим програмима за гравитациону симулацију. Из овог разлога смо развили поједностављени модел гравитационе кондензације [10] - [13]. Учињена поједностављења су сасвим природна, али и радикална, како у геометрији кретања честица тако и у динамици њиховог лепљења. Инхерентна једноставност добијеног модела је учинила да разматрани кондензациони процес постане не само могућ, већ и транспарентан, што је даље омогућило извођење извесног броја аналитичких резултата. Стратегија прављења једноставних ефективних модела за опис комплексних феномена је до сада била успешна у многим областима физике, поготово у теорији елементарних честица и физици кондензованог стања. Најпознатији примери су свакако Изингов модел феромагнетика, Ландауова теорија фазних прелаза, нелинеарни σ-модел, итд. Са нумеричке стране, релативно мала цена појединачне симулације у оквиру новог модела нам је омогућила да разматрамо велики број могућих ситуација и да на тај начин калибришемо модел. Од посебне важности је и то што је по први пут постало могуће квантитативно анализирати зависност гравитационог кондензационог процеса од стања протопланетарног диска непосредно пре кондензације. Крајњи циљ овакве калибрације, као и детаљне анализе зависности од почетних услова, је да се добије предиктивна моћ потребна за разматрање формирања планетарних система око других звезда, као и формирања бинарних звезданих система.

Модел

На самом почетку ћемо дати приказ разматраног ефективног модела гравитационе кондензације. Стање пре кондензације је описано планарном дистрибуцијом N почетних честица једнаке масе и нултог спина. Честице имају униформну угаону расподелу, док им је радијална дистрибуција задата функцијом $\rho(r)$. Овим су комплетно одређени почетни услови.

Динамика N тела је поједностављена поделом на два дела: слободно кретање и тренутне интеракције, тј. лепљење. Између интеракција, честице се крећу по кружним трајекторијама сходно Кеплеровим законима. Једина дозвољена интеракција је спајање две честице у једну. До овога долази у случају да пар честица задовољава критеријум спајања који ће бити дат ниже. Резултат спајања тела маса m_1 и m_2, која се налазе у тачкама $\vec{r_1}$ и $\vec{r_2}$, и имају спинове S_1 и S_2, је ново тело масе $m_1 + m_2$, чији је положај $\vec{r_s}$, а спин $S = S_1 + S_2 + L_1 + L_2 - L$, где су L_1, L_2 и L орбитални угаони моменти првог, другог и крајњег тела. Место лепљења следи из одржања енергије (пошто прво занемаримо загревање услед кондензације, енергије спина тела, као и потенцијалне енергије између парова кондензујућих тела). Као резултат овога добијамо

$$\frac{m_1 + m_2}{r_\mathrm{s}} = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} \ . \tag{1}$$

Сам критеријум лепљења такође следи на врло природан начин. Узимамо да до лепљења долази у случају да је $F\triangle t \geq |\triangle\vec{p}|$, где је F средња вредност гравитационе силе између тела у току судара, док је $\triangle t \sim |\triangle\vec{r}|/|\triangle\vec{v}|$ карактеристично време трајања судара. Да би горњи критеријум био задовољен два тела морају бити близу једно другоме. Последица овога је да је угао између њих (са теменом у звезди око које круже) веома мали. У овом раду ћемо ставити $\theta = 0$, и одбацити корекције које су реда $O(\theta^2)$. На овај начин критеријум лепљења постаје

$$\frac{1}{m_1 m_2}\left|\frac{m_1+m_2}{\sqrt{r_\mathrm{s}}} - \frac{m_1}{\sqrt{r_1}} - \frac{m_2}{\sqrt{r_2}}\right|\left|\frac{1}{\sqrt{r_1}} - \frac{1}{\sqrt{r_2}}\right| |r_1 - r_2| \leq K \ . \tag{2}$$

Као што видимо, интеракција је дата преко једног параметра K. Из извођења видимо да је $K \sim 1/M$, где је M маса звезде. Приметимо да се Њутнова гравитациона константа G скратила из горњег израза. Добијени критеријум лепљења је хомоген у односу на скалирање како маса тако и дужина. Скалирање по маси ћемо фиксирати тако што ћемо узети да је укупна маса протопланетарног материјала M_P једнака јединици. Масе почетних честица су сада $1/N$, а параметар кондензације K постаје бездимензион. Скалирање дужина ћемо фиксирати избором почетне дистрибуције $\rho(r)$. Резултати симулација приказаних у овом раду су рађени за

$$\rho(r) = \begin{cases} \frac{1}{5}\, r & r \leq 1 \\ \frac{1}{45}\,(10 - r) & 1 < r \leq 10 \\ 0 & r \geq 10 \ , \end{cases} \tag{3}$$

Ова изузетно једноставна почетна расподела има максимум у $r = 1$. Детаљна анализа зависности продукта кондензације од избора почетне дистрибуције је дата у [10]. Део ове анализе се такође може наћи у [13, 14]. У даљем раду је погодно увести тзв. редуковане угаоне моменте $\ell = L/\sqrt{MG}$, и $s = S/\sqrt{MG}$. У овим јединицама, тело масе m на удаљењу r од звезде има орбитални угаони момент $\ell = m\sqrt{r}$. Као резултат спајања, спин новог тела је стога $s = s_1 + s_2 + m_1\sqrt{r_1} + m_2\sqrt{r_2} - (m_1 + m_2)\sqrt{r_\mathrm{s}}$. Лако се види да су у оквиру овог поједностављеног модела спинови увек позитивни, као што је случај са већином планета сунчевог система.

Основни резултати

Прва физичка величина коју ћемо посматрати је $\Omega \equiv n/N$, количник крајњег и почетног броја честица. Ω је монотона функција параметра кондензације K, која опада од 1 (мало K) до 0 (велико K) и разликује две фазе. Прва фаза је доминирана лаким, а друга тешким кондензатима. Понашање система је најсложеније у интермедијарном режиму у коме се Ω битно разликује и од 0 и од 1, тј. тамо где имамо значајну мешавину лаких и тешких кондензата. Добијени резултати се релативно лако фитују на једноставан закон

$$\Omega = \frac{1}{1 + AN^{\alpha}K^{\beta}} \ , \tag{4}$$

где су експоненти скалирања $\alpha = 0.737 \pm 0.006$, $\beta = 0.251 \pm 0.002$, а константа пропорционалности $A = 2.10 \pm 0.05$. Из чињенице да је број лаких кондензата много већи од броја тешких, следи да је Ω просто релативни број лаких кондензата. Ω је глобално својство лаких кондензата. Детаљније разумевање особина лаких кондензата следи из разматрања њихових расподела по масама и положају. Расподела по масама, односно релативни број кондензата масе m, задовољава једноставан степени закон

$$\Delta(m) = \begin{cases} 0 & m < 1/N \\ \tau N^{-\tau} m^{-\tau-1} & 1/N \leq m < m^* \ . \end{cases} \tag{5}$$

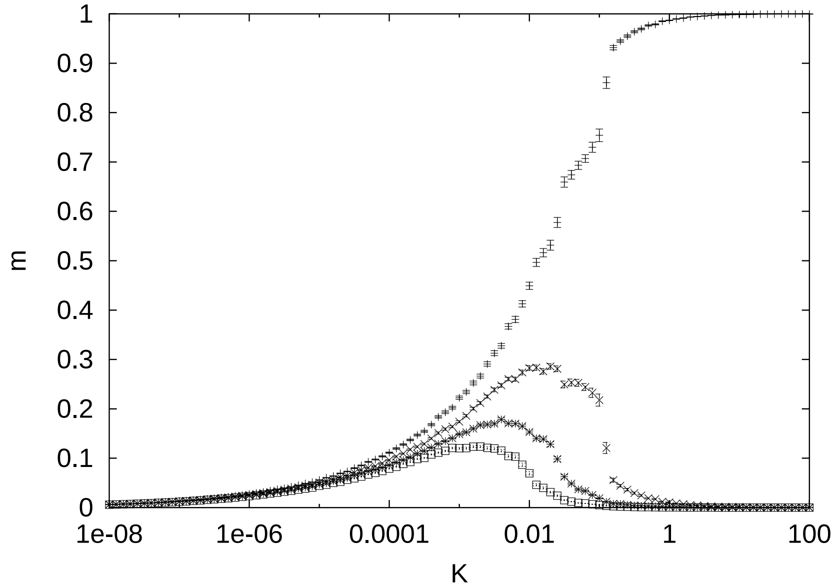
где је $\tau = 1.2 \pm 0.2$. Масена скала m^* раздваја лаке и тешке кондензате. Радијална расподела лаких кондензата такође задовољава степени закон $\Lambda(r) \propto r^{-\lambda}$. За разлику од масене расподеле, радијална расподела лаких кондензата се битно мења после кондензације услед већег броја ефеката као што су сунчев ветар и бомбардовање ван-соларним честицама прашине. Из овог разлога се $\Lambda(r)$ не може лако поредити са садашњом радијалном расподелом прашине. Наведене особине лаких кондензата су детаљније приказане у [14].

Тешки кондензати имају масу која је већа од m^*, и њихове особине се веома разликују од особина лаких кондензата. Овој категорији припадају планете. Посматрали смо њихове масе, положаје и спин. За разлику од лаких кондензата, особине тешких кондензата не зависе од N. На слици 1 је приказана зависност маса четири најтеже планете од параметра кондензације K. Параметар кондензације који одговара сунчевом систему се одређује тако што се m_2/m_1 изједначи са количником маса Сатурна и Јупитера. Одавде добијамо да је сунчев систем описан са $K = 0.1$. Фиксирањем овог јединог параметра сви остали резултати симулација постају конкретне предикције модела. Добијени резултати се веома добро слажу са подацима за сунчев систем. На пример, ефективни модел даје да најтежа планета чини око 70% укупне масе планетарног система, да четири најтеже планете представљају 95% укупне масе, да је $m_3/m_1 = 0.04$, итд.

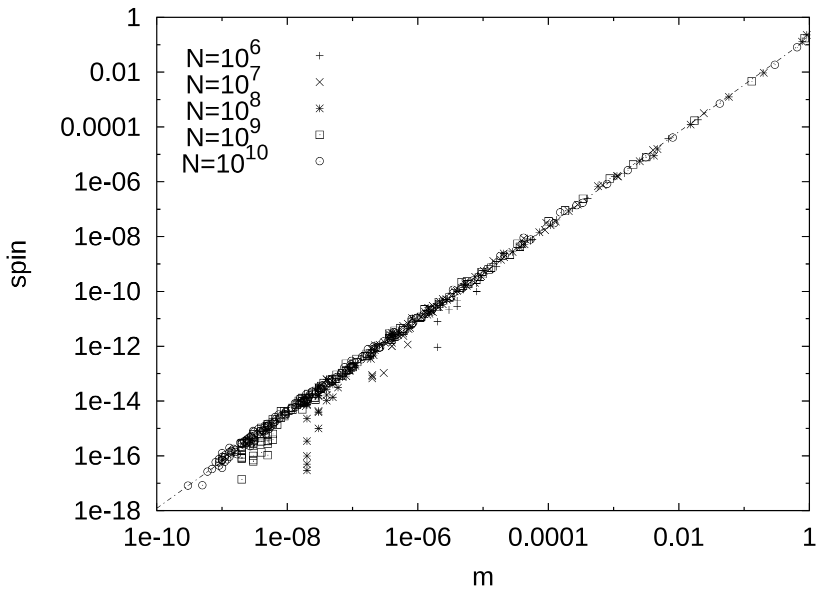
У случају спина планета добијамо још интересантнији резултат. Као што је приказано у слици 2, спин је једноставна (опет степена) функција масе.

$$s \propto K^{\epsilon} m^{\omega} \ , \tag{6}$$

где је $\omega = 1.75 \pm 0.03$, и $\epsilon = 0.40 \pm 0.02$. Као што видимо, само најлакше честице (оне чија је маса блиска минималној маси $1/N$) не задовољавају горњи закон.

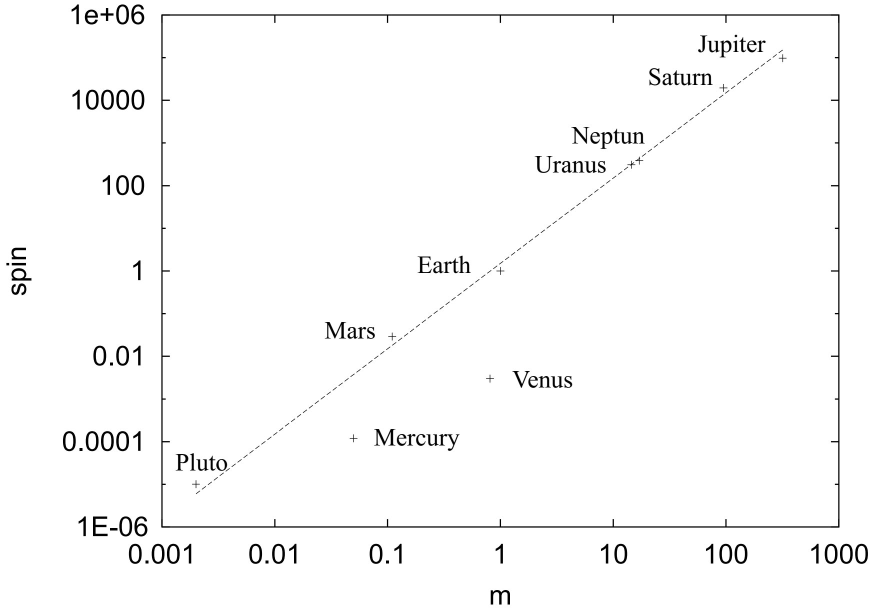


Слика 1: Масе четири најтежа кондензата m_1, m_2, m_3, m_4 у функцији параметра кондензације K. Симулација је рађена за $N = 10^6$ честица.



Слика 2: Спинови кондензата у функцији њихових маса за случај $K = 0.1$ и $N = 10^6, 10^7, \ldots, 10^{10}$ почетних честица. Резултати леже на кривој $s \propto m^{\omega}$, где је $\omega = 1.75 \pm 0.03$.

Одговарајући подаци за планете сунчевог система су приказани на слици 3. Видимо да и у овом случају наш ефективни модел даје добро слагање са феноменологијом. Једине две планете које не задовољавају једноставну везу између спина и масе су Меркур и Венера. Ово су уједно и две планете које су најближе Сунцу, и код којих постоји незанемарљив ефекат плимских сила које успоравају њихову ротацију, тј. умањују им спин. Све наведене особине кон-

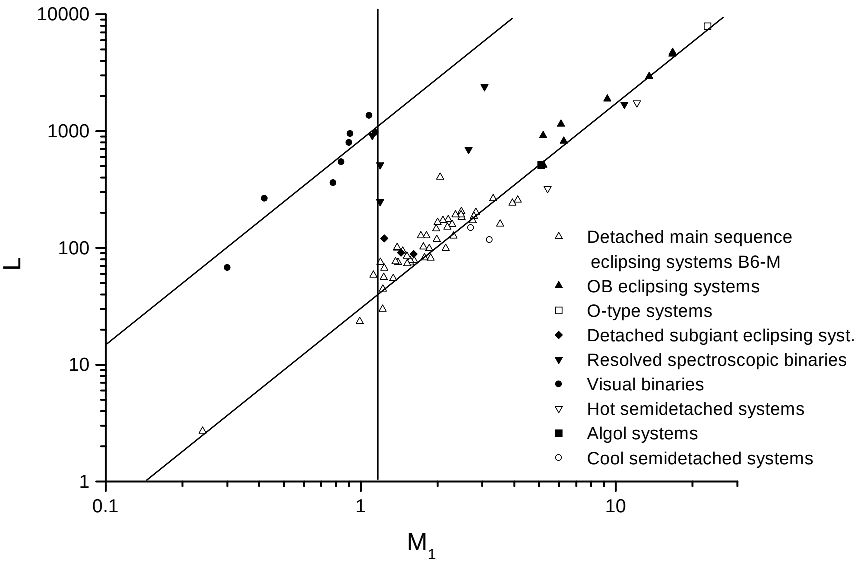


Слика 3: Спин у функцији масе за планета сунчевог система. Планете задовољавају $s \propto m^{\omega}$, где је $\omega = 1.94 \pm 0.06$. Једине две планете које одступају од овог правила су Меркур и Венера, услед дејства плимских сила.

дензата су посматране за широку класу почетних услова [10]. Установљено је да су, унутар те класе, експоненти скалирања α, β, τ и ϵ непромењени, тј. универзални. Масе најтежих планета се унутар ове класе разликују за мање од 5%. За разлику од ових својстава, експонент λ није универзалан. Ово је пример особине кондензата која јако зависи од почетних услова. Још важнији пример чине положаји планета. Детаљи ове зависности од почетних услова, као и неки аналитички резултати у лимесима $K \to 0$, односно $K \to \infty$ су такође дати у референци [10].

Као што видимо на примеру спина, наш модел исправно предвиђа функционалну везу између динамичких величина. Даље, модел даје $\omega = 1.75 \pm 0.03$, док је мерена вредност овог експонента $\omega = 1.94 \pm 0.06$. Боље слагање можда и не треба тражити од једног једноставног ефективног модела. Ипак, у последње време смо у великој мери проширили скуп разматраних почетних услова и проширили број аналитичких резултата. На основу овога смо открили постојање друге класе универзалности [15]. За ρ-ове унутар ове класе добијамо $\omega = 1.92 \pm 0.02$. Најједноставнији представник ове класе је униформна расподела на интервалу $r \in [a, b]$ (за опште a и b). Даља анализа ових резултата је у току.

Приметимо да добијени модел представља општи модел гравитационе кондензације, и да као такав може бити примењен и на друге системе. На пример, за велике вредности параметра кондензације K, добијамо само један кондензат што описује формирање система двојне звезде. Лако се види да у овом лимесу продукт кондензације не зависи од редоследа лепљења, што нам је даље омогућило да изведемо један број интересантних аналитичких резултата. И ова анализа је у току. За сам крај, на слици 4 су приказани мерени подаци зависности орбиталног угаоног момента бинарног система од масе примарне звезде. Подаци су добијени коришћењем Малковљевог каталога бинарних звезда [16]. Са овог графика се види да око 80% бинарних звезда



Слика 4: Орбитални угаони момент бинарног система (око центра масе) у функцији масе примарне звезде.

лежи на криви $L = 30{M_1}^{1.75}$, док их 10% (визуелне бинарне звезде) лежи на $L = 850{M_1}^{1.75}$. Већина преосталих бинарних звезда (углавном спектроскопске бинарне звезде) лежи на линији константне масе $M_1 \approx 1.16$ која повезује ове две криве. Масе звезда су дате у јединицама масе Сунца $M_\odot$. Значај ових података за анализу приказану у овом раду следи из чињенице да бинарне звезде у доброј апроксимацији задовољавају $M_2 \propto M_1$, као и из тога да релативно једноставан скуп претпоставки даје да је спин секундарне звезде пропорционалан орбиталном угаоном моменту L. На овај начин видимо да бинарне звезде задовољавају $\omega = 1.75$. Мада је реч о прелиминарним резултатима, ипак ће бити веома интересантно ако се испостави да се обе откривене класе универзалности нашег модела 'користе' у природи: да једна описује кондензовање планетарних система, а друга система бинарних звезда.

Нумеричке симулације у овом раду су изведене на Институту за физику на супер-рачунару SGI Origin 2000. Желимо да се захвалимо особљу IPCF на њиховој помоћи. Овај рад је финансиран од стране Министарства за науку и технологију Србије у оквиру истраживачких пројеката 01М01 и 01Е15.

Литература

[1] G. W. Marcy and R. P. Butler, Detection of Extrasolar Giant Planets. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **36** (1998) 57-97.

[2] M. G. Lattanzi, A. Spagna, A. Sozzetti and S. Casertano, GAIA and the Hunt for Extrasolar Planets. Hipparcos Venice '97 Symposium, ESA SP-402 (1997).

[3] R. Isaackman and C. Sagan, Computer Simulations of Planetary Accretion Dynamics: Sensitivity to Initial Conditions. *Icarus* **31**, 510-533.

[4] S. Ida and J. Makino, N-body Simulation of Gravitational Interaction Between Planetesimals and a Protoplanet. I. Velocity Distribution of Planetesimals. *Icarus* **96** (1992) 107-120.

[5] S. Ida and J. Makino, N-body Simulation of Gravitational Interaction Between Planetesimals and a Protoplanet. II. Dynamical Friction. *Icarus* **98** (1992) 28-37.

[6] E. Kokubo and S. Ida, Orbital Evolution of Protoplanets Embedded in a Swarm of Planetesimals. *Icarus* **114** (1995) 247-257.

[7] E. Kokubo and S. Ida, On Runaway Growth of Planetesimals. *Icarus* **123** (1996) 180-191.

[8] E. Kokubo and S. Ida, Oligarhic Growth of Protoplanets. *Icarus* **133** (1998) 171-178.

[9] P. Hut, The GRAPE-4 Teraflops Stellar Dynamics Computer. In " Computational Astrophysics" Proceedings of the 12th Kingston Meeting on Theoretical Astrophysics, D. A. Clarke and M. J. West, editors. ASP Conference Series, Vol XXX, San Francisco 1997.

[10] A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, A Simple Model of Planetary Formation. *Icarus*, submitted.

[11] A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, Modeling Planetary Formation. *Publ. Astron. Obs. Belgrade* **65** (1999) 17-22.

[12] A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, Planetary Formation Algorithm. *Publ. Astron. Obs. Belgrade* **65** (1999) 23-26.

[13] A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, Scaling Exponents for Accretion. *Publ. Astron. Obs. Belgrade* **65** (1999) 27-30.

[14] А. Балаж, А. Белић и А. Богојевић, Скалирање и универзалност гравитационе кондензације. *У овом зборнику радова.*

[15] S. Nađ–Perge, A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, in progress.

[16] O. Yu. Malkov, Catalog of Astrophysical Parameters of Binary Systems. *Bull. Inf. CDS* **42** (1993) 27.