

# СКАЛИРАЊЕ И УНИВЕРЗАЛНОСТ ГРАВИТАЦИОНЕ КОНДЕНЗАЦИЈЕ

А. Балаж, А. Белић и А. Богојевић

*Институт за физику  
Прегревица 118, Земун 11080*

## Апстракт

Користећи недавно развијени ефективни модел гравитационе кондензације анализирано је неколико особина насталих кондензата. Ове особине су дате преко скупа експонената скалирања. Испитивана је зависност ових експонената од почетних услова и уочено је да се почетни услови разлажу на класе универзалности. Експоненти су непромењени унутар сваке класе.

## Увод

Богатство података о ново откривеним планетама које круже око других звезда [1] је довело до повећаног интересовања за моделима који описују детаље процеса формирања планета. Велики део рада истраживача који се баве овим проблемом је био усмерен на изналажење начина да се заобиђе основни проблем таквих *ab initio* симулација, чињеницу да се мора радити са огромним бројем интерагујућих тела. У циљу кондензовања планета чије масе покривају четири реда величина, број почетних честица мора бити у најмању руку  $N = 10^6$ . Ради остварења овог циља ми смо недавно развили ефективни модел гравитационе кондензације [2] - [5]. Полазећи од скупа физичких претпоставки огрубљили смо, а тиме и поједноставили процес кондензације. Овакав приступ се концептуално разликује од осталих приступа овом проблему. Доминантна линија истраживања се данас бави развојем метода за директну симулацију Њутновске динамике на дедикованим супер-рачунарима високе паралелизације [6]. У овом тренутку такве машине још нису у стању да се ухвате у коштац са проблемом формирања планетарних система.

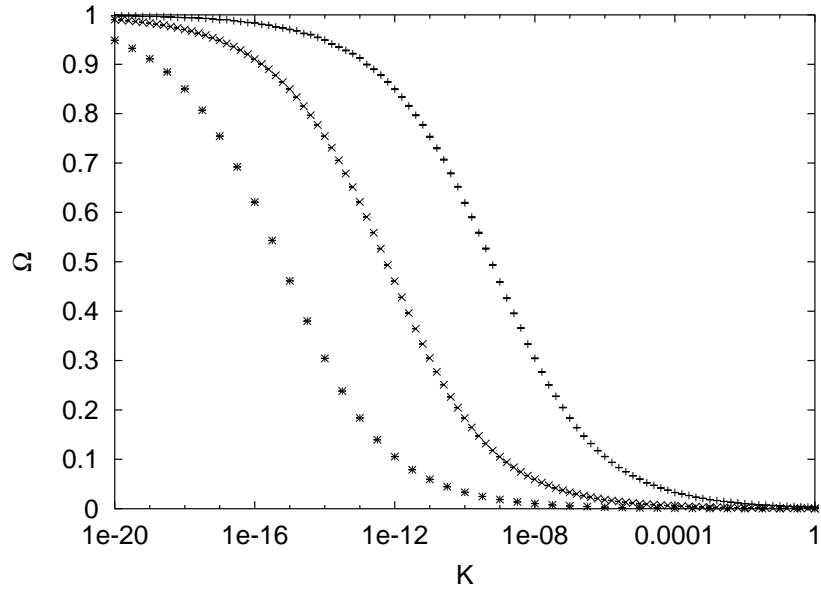
Радећи, у оквиру нашег модела, са  $N = 10^6$ - $10^{10}$  почетних тела били смо у стању да јасно распознамо две врсте кондензата. Лаки и тешки кондензати се разликују по томе како се скалирају са променом  $N$ .

Један од најважнијих проблема при теоријском опису кондензације планета лежи у нашем врло слабом познавању почетних услова, односно стања протопланетарног диска из кога оне настају. Ово непознавање чак доводи у питање смисао изградње динамичких модела кондензације. Чему динамика без почетних услова? Једна од основних мотивација за развијање једноставног модела је била да се користећи њиме истражи осетљивост крајњих продуката кондензације на почетне услове. У досадашњем раду смо идентификовали изванредан број својстава крајњих расподела, како лаких тако и тешких кондензата, које не зависе од почетне расподеле, тј. које су универзалне.

## Експоненти скалирања и универзалност

Модел који користимо за симулацију процеса гравитационе кондензације зависи од једног динамичког параметра  $K$ , од броја почетних тела  $N$ , као и од почетне радијалне дистрибуције  $\rho(r)$ . Да би успели да направимо квантитативно поређење исхода кондензације за разне вредности  $K$ ,  $N$  и  $\rho(r)$ , прво морамо да идентификујемо скуп величина које карактеришу крајњу расподелу кондензата. Прва таква величина је количник крајњег и почетног броја тела  $\Omega = n/N$ . Типични резултат за  $\Omega$  је приказан на слици 1. Види се да  $\Omega$  монотono опада са порастом  $K$  од максималне вредности 1 у  $K = 0$ , до минималне вредности  $1/N \sim 0$  за веома велико  $K$ . Ова два екстремна случаја одговарају томе да уопште нема кондензације, односно да се сав материјал из протопланетарног диска кондензује у једно масивно тело. Параметар  $K$  дакле регулише количину кондензације.

Пошто моделујемо кондензацију стохастичким процесом, исходи појединачних симулација нису истоветни. Усредњавањем резултата већег броја појединачних симулација добијамо њихове средње вредности и оцене грешки. Подаци показани на овом графику су добијени усредњавањем 100 ранова, а грешке су једва видљиве. Приказана симулација је рађена за случај троугаоне



Слика 1:  $\Omega$  у функцији од параметра кондензације  $K$ . Са десна на лево су криве за  $N = 10^3, 10^4$  и  $10^5$  почетних честица и почетну расподелу троугаоног облика.

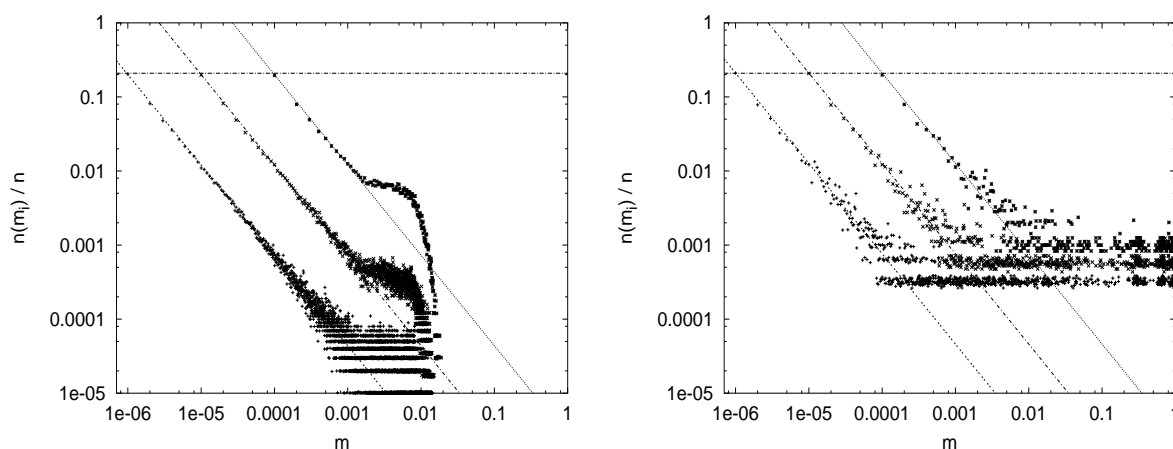
почетне расподеле са максимумом у  $r = 1$  [7]. Добијени подаци се лако фитују на једноставни закон

$$\Omega \equiv \frac{n}{N} = \frac{1}{1 + AN^\alpha K^\beta}, \quad (1)$$

где је  $\alpha = 0.737 \pm 0.006$ ,  $\beta = 0.251 \pm 0.002$ , и  $A = 2.10 \pm 0.05$ . Када почетну

расподелу  $\rho(r)$  варирамо у класи троугаоних расподела променом локације максимума, експоненти  $\alpha$  и  $\beta$  остају непромењени унутар грешака мерења. Исто се дешава и кад уместо троугаоне расподеле користимо квадратичну, Гаусову или расподелу  $r/(1+r^4)$ . На основу овога видимо да, што се тиче експонената  $\alpha$  и  $\beta$ , све наведене расподеле припадају истој класи универзалности.

Величина  $\Omega$  представља глобалну особину кондензата. Детаљније разумевање њихове структуре следи из посматрања расподела кондензата по масама и по удаљењу од звезде. Типична масена расподела, тј. релативни број кондензата масе  $m$ , је приказана на слици 2 за случај  $K = 10^{-7}$  (леви график) и  $K = 0.1$  (десни график). Очигледно је да у оба случаја расподела конден-



Слика 2: Релативан број кондензата масе  $m_i = i/N$  (усредњен по 100 понављања), за (са десна на лево)  $N = 10^4, 10^5$  и  $10^6$  почетних честица. Лево је дата расподела за  $K = 10^{-7}$ , десно за  $K = 0.1$ .

зата лакших од одређене скале  $m^*(K, N)$  задовољава исти једноставни степени закон

$$n(m_i)/n = BN^{-\tau}m^{-\tau}. \quad (2)$$

Кондензате који се скалирају по овом закону зовемо лаким кондензатима (прашина и гас). Остали кондензати су тешки (планете). Масена скала  $m^*$  тако представља линију раздвајања ове две врсте кондензата. За троугаону почетну расподелу добијамо  $\tau = 1.2 \pm 0.2$ . Као и пре, унутар грешака, исту вредност добијамо и за остале разматране расподеле, тј. и овај експонент је универзалан.

Најбоље слагање нашег модела са подацима за тешке кондензате у сунчевом систему се добија за  $K = 0.1$  [7]. Масена расподела кондензата за ову вредност параметра  $K$  је дата на десном делу претходног графика. Одатле видимо да је за постојање тешких кондензата чије се масе разликују за четири реда величине, дакле за  $m^* < 10^{-4}$ , потребно радити са  $N \gtrsim 10^6$  почетних честица. Ако даље захтевамо да лаки и тешки кондензати буду довољно раздвојени, онда долазимо до захтева за бар  $N = 10^8$  почетних честица.

Радијална расподела лаких кондензата се на први поглед понаша слично масеној. И овде је реч о степеном закону  $\Lambda(r) \propto r^{-\lambda}$ . За троугаону расподелу за  $K = 0.1$  се добија  $\lambda = 1.85 \pm 0.05$ . Међутим, у овом случају експонент није универзалан, већ јако зависи од облика почетне расподеле. Овај експонент се разликује од претходних и по томе што није константан, већ зависи од  $K$ .

Још два универзална експонента скалирања се добијају из посматрања зависности спина кондензата од њихових маса. Спин задовољава

$$s \propto K^\epsilon m^\omega, \quad (3)$$

где је  $\omega = 1.75 \pm 0.03$ , и  $\epsilon = 0.40 \pm 0.02$ . За све назначене расподеле се, унутар грешака, добијају исте вредности. Недавно смо проширењем скупа разматраних почетних расподела уочили постојање још једне класе универзалности коју карактерише вредност  $\omega = 1.92 \pm 0.02$ . Тренутно завршавамо аналитичку класификацију доступних класа универзалности [8]. У истом раду ће бити дато и аналитичко извођење веза између парова приказаних експонената скалирања.

Нумеричке симулације у овом раду су изведене на Институту за физику на супер-рачунару SGI Origin 2000. Желимо да се захвалимо особљу IPCF на њиховој помоћи. Овај рад је финансиран од стране Министарства за науку и технологију Србије у оквиру истарживачких пројеката 01M01 и 01E15.

## Литература

- [1] G. W. Marcy and R. P. Butler, Detection of Extrasolar Giant Planets. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **36** (1998) 57-97.
- [2] A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, A Simple Model of Planetary Formation. *Icarus*, submitted.
- [3] A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, Modeling Planetary Formation. *Publ. Astron. Obs. Belgrade* **65** (1999) 17-22.
- [4] A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, Planetary Formation Algorithm. *Publ. Astron. Obs. Belgrade* **65** (1999) 23-26.
- [5] A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, Scaling Exponents for Accretion. *Publ. Astron. Obs. Belgrade* **65** (1999) 27-30.
- [6] S. Ida and J. Makino, N-body Simulation of Gravitational Interaction Between Planetesimals and a Protoplanet. I. Velocity Distribution of Planetesimals. *Icarus* **96** (1992) 107-120.
- [7] А. Балаж, А. Белић и А. Богојевић, Нови модел настанка планета. У овом зборнику радова.
- [8] S. Nađ-Perge, A. Balaž, A. Belić and A. Bogojević, in progress.