

UNIVERZITET U BEOGRADU

INSTITUT ZA FIZIKU
U BEOGRADU

FIZIČKI FAKULTET



MASTER RAD

STABILIZACIJA KVANTNIH
VIŠEČESTIČNIH OŽILJAKA U PXP
MODELU PRIMENOM PERIODIČNOG
POBUĐIVANJA

Autor

Stefan Malijević

Mentori

dr Ana Hudomal
dr Božidar Nikolić

Oktobar, 2025.

Beograd

APSTRAKT

Jedno od najvažnijih otvorenih pitanja u oblasti neravnotežne dinamike kvantnih sistema predstavlja pitanje termalizacije izolovanih sistema. Eksperimenti na nizovima Ridbergovih atoma pokazali su da postoji potpuno novi tip kvantnih sistema u kojima mali broj specijalnih svojstvenih stanja nazvanih kvantni višečestični ožiljci može značajno da uspori termalizaciju za određena početna stanja. Ridbergovi atomi u režimu jakih interakcija dobro su opisani efektivnim PXP modelom, koji predstavlja paradigmatični model kvantnih višečestičnih ožiljaka. Novija istraživanja su eksperimentalno demonstrirala da se efekat kvantnih ožiljaka može dodatno pojačati primenom periodičnog pobuđivanja sa određenim optimalnim parametrima. U ovoj tezi numerički ispitujemo PXP model sa dodatkom hemijskog potencijala, sa ciljem da odredimo optimalne parametre pobuđivanja za novootrkvenu kontinualnu familiju stanja sa kvantnim višečestičnim ožiljcima i ispitamo ponašanje sistema u režimu kvantnog faznog prelaza.

ZAHVALNICE

Pre svega, želeo bih da izrazim iskrenu zahvalnost svojoj mentorki dr Ani Hudomal na svom vremenu, energiji i posvećenosti koju je uložila u moj naučni razvoj i u ostvarivanje ovog rada. Duboko sam zahvalan na njenom strpljenju i znanju koje mi je prenela. Smatram da je velika čast i privilegija učiti i sarađivati sa vrhunskim istraživačem kakva je Ana.

Takođe, želim da se zahvalim i mentoru sa Fizičkog fakulteta Božidaru Nikoliću na ogromnoj podršci i pomoći.

Puno zahvalnosti dugujem i Laboratoriji za primenu računara u nauci pri Institutu za fiziku u Beogradu na izuzetnom gostoprimstvu i omogućenim računarskim resursima pomoću kojih je dobijena većina numeričkih rezultata u ovom radu.

Zahvalnost dugujem i svojim prijateljima i kolegama koji su mi pružili veliku naučnu inspiraciju.

Na kraju, ovaj rad posvećujem svojoj porodici, roditeljima i sestri, koji su bili uz mene i pomogli da istrajem na ovom putu.

Stefan Malijević

SADRŽAJ

Uvod	9
1 PXP model	13
1.1 Eksperiment na kvantnom simulatoru sa nizom Ridbergovih atoma	13
1.2 Izvođenje efektivnog Hamiltonijana	13
1.3 Hilbertov prostor i simetrije	15
1.4 Slabo narušenje hipoteze o termalizaciji putem svojstvenih stanja	16
1.5 Dinamika $\mathbf{Z}_2$ stanja	17
1.6 Dinamika $\mathbf{Z}_3$ i polarizovanog stanja	18
1.7 Eksperimentalno merljive veličine	20
2 PXP model sa konstantnim hemijskim potencijalom	23
2.1 Uništenje ožiljaka	23
2.2 Stvaranje ožiljaka	24
2.3 Dinamički fazni dijagram	25
3 PXP model sa vremenski periodičnim hemijskim potencijalom	29
3.1 Određivanje i podela optimalnih parametara	29
3.2 Stabilizacija Nelovog stanja	33
3.3 Stabilizacija polarizovanog stanja	34
3.4 Trajektorije u Hilbertovom prostoru	34
4 Optimalni parametri za kontinualnu familiju početnih stanja	37
4.1 Procedura nalaženja optimalnih parametara	38
4.2 Optimalni parametri	40
4.3 Promena optimalnih parametara sa prelaskom faznog prelaza	41
4.4 Promena trajektorija u Hilbertovom prostoru sa promenom stanja	42
5 Zaključak	43
A Krilov metod	45
B Zavisnost oblika trajektorija u Hilbertovom prostoru od frekvencije	47
C Grafici svih ispitivanih stanja	49
C.1 Grafici kvantne vernosti	49
C.2 Grafici $\mathcal{C}_1$ funkcije	50
C.3 Grafici $\mathcal{C}_2$ funkcije	51
C.4 Grafici trajektorija u Hilbertovom prostoru	52

UVOD

Sistemi koji se nalaze u kontaktu sa okolinom, sa kojom mogu razmenjivati energiju ili čestice, tipično se termalizuju, odnosno prelaze u stanje termodinamičke ravnoteže u kojem njegovi makroskopski parametri ostaju nepromenjeni tokom vremena. Oni se tada mogu opisati statistički pomoću ansambala (mikrokanonskog, kanonskog i drugih). U slučaju izolovanih kvantnih sistema pitanje termalizacije nije trivijalno. Brojna eksperimentalna istraživanja na kvantnim gasovima [1, 2] pokazala su da se izolovani kvantni sistemi najčešće ipak termalizuju. Krajnje termalizovano stanje nezavisno je od početnog stanja sistema, što implicira gubitak informacija o početnim uslovima, pojava koja je u kvantnoj mehanici naizgled paradoksalna. Naime, evolucioni operator $U = e^{-iHt}$ je unitaran i održava sistem u čistom stanju i time i svu informaciju o početnim uslovima. To znači da se informacije o početnom stanju nikada potpuno ne gube, već ostaju kodirane u talasnoj funkciji.

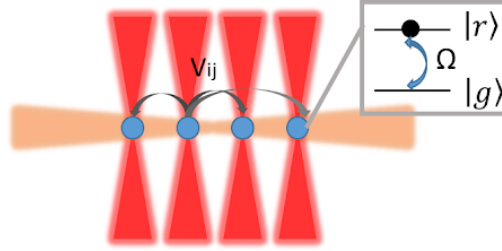
Jedno od, do danas, najuspešnijih objašnjenja ove pojave daje hipoteza o termalizaciji putem svojstvenih stanja (*Eigenstate Thermalization Hypothesis*, ETH) [3–6]. Prema ETH, svojstvena stanja Hamiltonijana kvantnog sistema već su sama po sebi termalna. Drugim rečima, očekivane vrednosti za veliku klasu operatora u tim stanjima se ne razlikuju od vrednosti predviđenih statističkom fizikom. Na primer, ako je početno stanje superpozicija svojstvenih stanja iz energetskog opsega $E_{min} \leq E \leq E_{max}$, očekivana vrednost observable O nakon dugog vremena odgovaraće mikrokanonskom ansamblu za taj opseg energija. Iako ova hipoteza nije analitički dokazana za interagujuće sisteme, njena tačnost je potvrđena u brojnim numeričkim studijama [6]. Analitički dokaz postoji samo za nekoliko specijalnih jednostavnih slučajeva.

Međutim, postoje važni izuzeci u kojima ova hipoteza nije zadovoljena. Dva najpoznatija primera su integrabilni sistemi i sistemi koji sa višečestičnom lokalizacijom, (*Many-Body Localization*, MBL) [7]. Integrabilni sistemi sadrže veliki broj zakona održanja, koje ograničavaju njihovu dinamiku i sprečavaju termalizaciju. Takvi sistemi predstavljaju specijalne slučajeve do kojih obično dolazi samo pri tačno određenim vrednostima parametara, dok perturbacije uglavnom narušavaju integrabilnost. Kod višečestične lokalizacije, nasumična neuređenost dovodi do pojave lokalnih integrala kretanja, što rezultuje očuvanjem informacija o početnom stanju i izostanku termalizacije čak i u prisustvu interakcija. Ovaj fenomen je eksperimentalno potvrđen i otporan na perturbacije [8].

Nedavno je otkriven i treći tip kvantnih sistema koji ne zadovoljavaju ETH hipotezu. Ovi sistemi nisu integrabilni niti ispoljavaju višečestičnu lokalizaciju, što ih čini potpuno novim oblikom ponašanja u dinamici mnogočestičnih kvantnih sistema. Fenomen je prvi put zapažen u kvantnim simulatorima baziranim na nizovima Ridbergovih atoma. Ovakva eksperimentalna platforma omogućava preciznu kontrolu kvantno-mehaničkog sistema koji je dobro izolovan od svoje okoline, što je čini odličnim izborom za ispitivanje kvantne termalizacije [9].

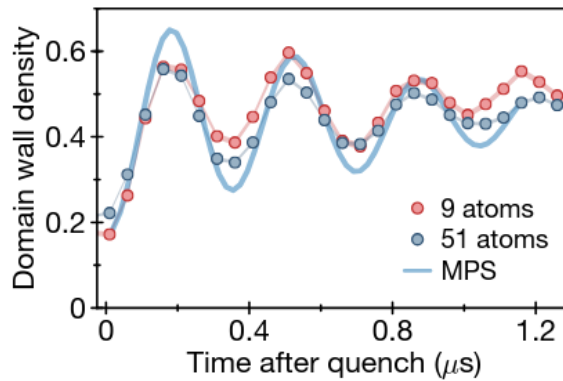
Ridbergovi atomi je naziv za atome u kojima je jedan od elektrona ekscitovan do vrlo visokog energetskog nivoa. Što je veći orbitalni kvantni broj energetskog nivoa, to elektron u proseku provodi više vremena daleko od jezgra atoma, pa prečnik jednog visoko ekscitovanog atoma može biti čak i reda veličine $1\mu m$. Elektronski oblaci Ridbergovih atoma su veoma polarizabilni zbog velike udaljenosti od jezgra, pa zato dva Ridbergova atoma interaguju Van der Valsovim silama koje ispoljavaju izuzetno jaku zavisnost od njihove međusobne razdaljine. Ovo je ključna osobina koja dovodi do interesantne dinamike u sistemima Ridbergovih atoma. Posebno je važan režim u kome su interakcije veoma jake zbog malog međuatomskog rastojanja, pa dolazi do takozvane Ridbergove blokade, kada nije moguće ekscitovati susede atoma koji je već ekscitovan zbog suviše velike energije interakcije.

U eksperimentima sa Ridbergovim atomima najčešće se koriste optičke pincete (eng. *optical tweezers*) - jako fokusirani laserski zraci koji zarobljavaju atome i postavljaju ih u željenu prostornu konfiguraciju. Razdaljina između atoma, pa time i jačina interakcija, kao i drugi parametri sistema kao što je hemijski potencijal, mogu se proizvoljno podešavati. Dodatni, precizno kalibrisani laserski zraci pobuđuju atome iz osnovnog u ekscitovano Ridbergovo stanje i obrnuto. Ova dva stanja se mogu obeležiti sa 0 (osnovno) i 1 (ekscitovano), a pošto je u pitanju kvantni sistem, dozvoljene su i superpozicije tih stanja. Zbog toga se Ridbergovi atomi mogu koristiti kao kvantni bitovi - kubiti (eng. *qubit*), a sistemi ovakvih atoma kao kvantni kompjuteri.



Slika 1: Šematski prikaz kvantnog simulatora korišćenog od strane Lukinove grupe. Ridbergovi atomi, označeni plavom bojom, su zarobljeni unutar niza optičkih pinceta, vertikalni crveni snopovi. Atomi se pobuđuju do Ridbergovog stanja primenom lasera, prikazani narandžastom horizontalnom linijom. Slika preuzeta iz [10].

Lukinova grupa sa Harvard univerziteta je realizovala kvantni simulator sa 51 kubitom pomoću niza Ridbergovih atoma, pri čemu su korišćeni neutralni rubidijumovi ^{87}Rb atomi. Šematski prikaz eksperimentalne postavke dat je na Slici 1. U eksperimentu iz 2017. godine ispitivana je relaksaciona dinamika različitih početnih konfiguracija [10]. U većini slučajeva se sistem brzo termalizovao, u skladu sa predviđanjima ETH. Međutim, određene početne konfiguracije, kao što je antiferomagnetno Nelovo stanje (eng. *Néel state*), dovodile su do dugotrajnih koherentnih oscilacija sistema. Umesto da brzo izgubi memoriju o svom početnom stanju i dostigne potpuno termalizovano stanje u kome je gustina Ridbergovih ekscitacija homogena, u ovim slučajevima sistem se periodično vraćao u početno stanje i izmerene su dugotrajne oscilacije gustine, što se može videti na Slici 2. Ovakva vrsta ponašanja u neintegrabilnom kvantnom sistemu bila je potpuno neočekivana.

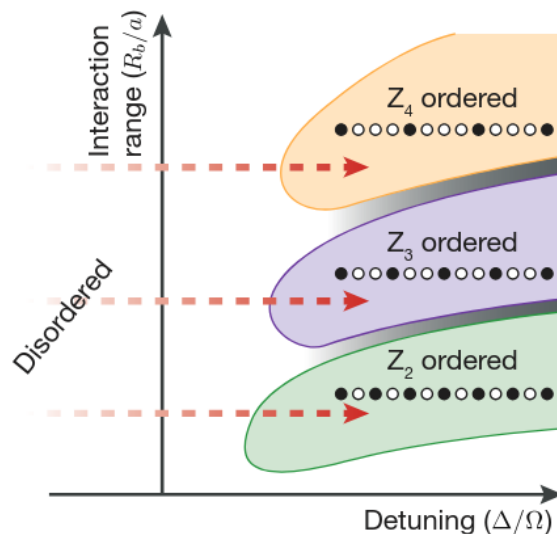


Slika 2: Eksperimentalni rezultati koji prikazuju dugotrajne oscilacije u gustini Ridbergovih ekscitacija za sistem pripremljen u antiferomagnetnom Nelovom stanju. Slika preuzeta iz [10].

Začuđujući eksperimentalni rezultati su nedugo zatim 2018. godine objašnjeni na primeru takozvanog PXP modela, koji predstavlja efektivni model za nizove Ridbergovih atoma u režimu Ridbergove blokade na najbližim susedima [11, 12]. Pokazano je da ovaj model sadrži mali broj

atipičnih svojstvenih stanja sa neobično niskom entropijom spletenosti, koja su u suprotnosti sa hipotezom o termalizaciji, i čije prisustvo može da dovede do neočekivano spore termalizacije. Za razliku od druga dva primera narušenja hipoteze, ovaj slučaj se naziva slabim narušenjem ergodičnosti, jer je većina svojstvenih stanja i dalje ergodična (termalna) i u skladu sa ETH, dok je samo mali podskup svojstvenih stanja u protivrečnosti sa njom. Ova specijalna stanja su nazvana kvantni višestični ožiljci (*Quantum Many-Body Scars*, QMBS). Ime je inspirisano fenomenom kvantnih ožiljaka u haotičnim neinteragujućim sistemima, gde neka svojstvena stanja kvantnog sistema imaju povećanu gustinu verovatnoće nalaženja duž nestabilnih periodičnih orbita u klasičnoj verziji istog sistema [13]. Prema tome, može se reći da su ta kvantna stanja „ožiljci” klasičnih putanja. U slučaju kvantnih višestičnih ožiljaka, lokalizacija se ne dešava u realnom prostoru, već u Hilbertovom, što objašnjava neobično nisku entropiju stanja sa ožiljcima.

Ovo otkriće je dovelo do razvoja nove i veoma aktivne oblasti istraživanja, a kvantni ožiljci su pronađeni i u velikom broju drugih teorijskih modela [14]. Razumevanje sistema koji ne termalizuju ili to čine veoma sporo od velikog je značaja, ne samo fundamentalno, već i praktično. Takvi sistemi predstavljaju potencijalnu osnovu za stvaranje dugovečnih kvantnih memorija [14] i osnova za unapređenje kvantnih senzorskih tehnologija [15], gde je očuvanje koherentnosti od ključne važnosti. Iako su kvantni ožiljci pronađeni u različitim teorijskim i eksperimentalnim modelima i objašnjen je mehanizam kojim oni usporavaju termalizaciju višestičnih sistema, mnoga pitanja i dalje ostaju nerazjašnjena. Jedno od njih je pitanje postojanja višestičnih ožiljaka u režimu kvantne kritičnosti, to jest u blizini kvantnih faznih prelaza. U zavisnosti od jačine laserskog razdešavanja (eng. *detuning*) i dometa interakcija, osnovno stanje jednodimenzionog niza Ridbergovih atoma ima bogat fazni dijagram, koji uključuje neuređenu fazu i faze sa prostornim uređenjima različite periodičnosti, kao što se može videti na Slici 3.



Slika 3: Fazni dijagram osnovnog stanja jednodimenzionog niza Ridbergovih atoma u zavisnosti od laserskog razdešavanja i dometa interakcija. Slika preuzeta iz [10].

U PXP modelu sa hemijskim potencijalom, koji opisuje slučaj Ridbergovih atoma sa nenultim laserskim razdešavanjem i blokadom na najbližim susedima, pri određenoj kritičnoj vrednosti potencijala dolazi do narušenja simetrije između osnovnih stanja i do faznog prelaza Izingovog tipa iz režima sa dvostruko degenerisanim u režim sa nede degenerisanim osnovnim stanjem [16]. Iako bi se moglo očekivati da efekti kvantnih višestičnih ožiljaka nestaju u kvantnoj kritičnoj tački zbog narušenja Z_2 simetrije [17], nedavno teorijsko istraživanje pokazalo je da ovo nije slučaj ukoliko se i početno stanje modifikuje na odgovarajući način dok sistem prolazi kroz fazni prelaz [18]. Ispostavilo se da postoji čitava kontinualna familija stanja sa kvantnim ožiljcima

koja se bez prekida prostire sa obe strane faznog prelaza i da su to zapravo osnovna stanja PXP modela sa određenim hemijskim potencijalom. Korišćenjem obimnih numeričkih simulacija mapiran je i fazni dijagram režima sa kvantnim višestručnim ožiljcima u PXP modelu.

Noviji eksperimenti na Ridbergovim atomima pokazali su da je pojavu kvantnih višestručnih ožiljaka moguće dodatno pojačati korišćenjem periodičnog pobuđivanja [19]. Uz optimalan izbor frekvencije i drugih parametara pobuđivanja, dolazi do značajnog povećanja amplitude i vremena trajanja oscilacija gustine. Dosadašnja teorijska razmatranja mehanizma stabilizacije kvantnih ožiljaka uz pomoć periodičnog vođenja u PXP modelu bila su fokusirana na manji broj jednostavnih početnih konfiguracija sa ožiljcima, kao što su antiiferomagnetno Nelovo stanje i takozvano potpuno polarizovano stanje bez Ridbergovih ekscitacija [20]. U okviru ove teze, primenićemo iste metode na novootkrivenu kontinualnu familiju, sa ciljem da numerički odredimo optimalne parametre pobuđivanja koji mogu da doprinesu boljoj eksperimentalnoj kontroli stanja sa kvantnim višestručnim ožiljcima. Od posebnog značaja je pitanje na koji način se optimalni parametri menjaju u režimu kvantnog faznog prelaza.

U prvom poglavlju će biti dat opis standardnog PXP modela i prateće fenomenologije kvantnih višestručnih ožiljaka. U drugom poglavlju će biti opisan uticaj koji na PXP model ima dodavanje statičkog, a u trećem poglavlju vremenski periodičnog hemijskog potencijala. Konačno, originalni rezultati vezani za određivanje optimalnih parametara periodičnog pobuđivanja za novu familiju stanja sa ožiljcima biće prikazani u četvrtom poglavlju.

GLAVA 1

PXP MODEL

Fenomen kvantnih višestrukih ožiljaka prvo je otkiven u eksperimentu na kvantnom simulatoru sa jednodimenzionim nizovima Ridbergovih atoma [10]. Za proučavanje ožiljaka posebno je interesantan jedan režim kada dominira interakcija između najbližih suseda i postoji jaka Ridbergova blokada. U okviru ovog odeljka će biti pokazano da se u tom režimu model koji opisuje Ridbergove atome pojednostavljuje do takozvanog PXP modela [11, 12].

PXP model je jedan od prvih i najjednostavnijih modela koji ispoljavaju kvantne višestruke ožiljke. On objašnjava sve osobine ožiljaka: povratak sistema u početno stanje, sporiji rast entropije spletenosti i prisustvo atipičnih svojstvenih stanja energije čija struktura odstupa od hipoteze o termalizacije putem svojstvenih stanja.

U ovom poglavlju svi numerički rezultati su ostvareni za niz od $L = 20$ atoma, sa izuzetkom za analizu stanja $\mathbf{Z}_3$ gde je računato za 18, pri nametnutom periodičnom graničnom uslovu (tj. uslov jednakosti čvorova $i \equiv i + L$). Za pronalaženje svojstvenih stanja i energija korišćenja je egzaktna dijagonalizacija, a za numeričke simulacije dinamike sistema takozvani Krilov metod opisan u Dodatku A. Radimo u jedinicama gde je $\hbar = 1$.

1.1 EKSPERIMENT NA KVANTNOM SIMULATORU SA NIZOM RIDBERGOVIH ATOMA

Eksperimentalna postavka zasniva se na sistemu hladnih Ridbergovih atoma zarobljenih u optičkim pincetama. Tokom eksperimenta moguće je dinamičko podešavanje parametara $\Omega(t)$ i $\Delta(t)$, koji predstavljaju intenzitet i razdešavanje (odstupanje od rezonancije) lasera tokom vremena. Jačina interakcija $V_{i,j}$ se podešava ili promenom međuatomskog rastojanja ili biranjem drugog Ridbergovog stanja. Ako je rastojanje dovoljno malo da intenzitet interakcija nadmaši Rabi frekvenciju, sistem prelazi u režim jake Ridbergove blokade [21]. Tada su ekscitacije susednih atoma, tj. konfiguracije tipa $|\cdots \bullet \bullet \cdots\rangle$, energetski praktično zabranjene. Ovo nameće kinetička ograničenja na sistem i atomu je dozvoljena promena stanja samo ako su njegovi susedi u osnovnom stanju $|\circ\rangle$.

Atomi se najpre hlade i skupljaju u magnetno-optičkoj zamci, nakon čega se prebacuju u niz optičkih pinceta, formirane pomoću akusto-optičkog deflektora. Kako bi se postigla visoka homogenost sistema, primenjuje se postupak kojim se eliminišu greške u pripremi nastale usled probabilističkog punjenja zamki. Naime, posmatra se fluorescentna slika na osnovu koje se uočavaju prazne pincete i iste odbacuju. Na taj način se brzo formiraju nizovi bez defekata sa više od pedeset atoma raspoređenih u unapred zadatu prostorni raspored i pripremljenih u tačno određenom osnovnom stanju. Nakon toga se optičke zamke gase, čime se omogućava slobodna evolucija pod dejstvom operatora $U(\Omega, \Delta, t)$. Na kraju evolucije, konačna stanja pojedinačnih atoma se određuju ponovnim uključivanjem zamki i detekcijom fluorescencije atoma koji su ostali u osnovnom stanju. Atomi pobuđeni u Ridbergova stanja, koji nisu više zarobljeni, bivaju izbačeni iz zamki i ne učestvuju u fluorescentnom signalu [10].

1.2 IZVOĐENJE EFEKTIVNOG HAMILTONIJANA

Teorijski gledano, Ridbergov atom posmatramo poput sistema sa dva nivoa. Svaki atomi može da se nađe u jednom od dva stanja: osnovno stanje $|\circ\rangle$ ili pobuđeno (Ridbergovo) stanje

$|\bullet\rangle$. Uvedimo oznaku X za Paulijevu x matricu $|\circ\rangle\langle\bullet| + |\bullet\rangle\langle\circ|$ i Q za projektor na Ridbergovo stanje $|\bullet\rangle\langle\bullet|$. Dinamika 1D rešetke ovakvih atoma vođena je Hamiltonijanom:

$$H = \sum_{i=1}^L \frac{\Omega_i}{2} X_i - \sum_{i=1}^L \Delta_i Q_i + \sum_{i<j}^L V_{i,j} Q_i Q_j. \quad (1.1)$$

Prvi član predstavlja Rabi oscilacije sa frekvencijom Ω_i . Naime, svaki atom pojedinačno, zbog prisustva spoljašnjeg polja, slobodno osciluje između dva moguća stanja $|\circ\rangle \leftrightarrow |\bullet\rangle$. Drugi član uračunava razdešavanje Δ_i , tačnije odstupanje od rezonancije primenjenog laserskog polja i Ridbergovog prelaza. Treći član označava interakciju između dva atoma u Ridbergovom stanju $|\bullet\rangle$. Ona postoji zbog odbojne Van der Valsove interakcije, čija zavisnost od rastojanja $R_{i,j}$ među atomima je prema zakonu $V_{i,j} = C/R_{i,j}^6$, gde je $C > 0$ Van der Valsov koeficijent.

Fokusiramo se na slučaj uniformnih veličina $\Omega_i = \Omega$ i $\Delta_i = \Delta$, kada (1.1) postaje:

$$H = \sum_{i=1}^L \left(\frac{\Omega}{2} X_i - \Delta Q_i \right) + \sum_{i<j}^L V_{i,j} Q_i Q_j. \quad (1.2)$$

Uvedimo i oznaku P_i za projektor na osnovno stanje $|\circ\rangle$ na čvoru rešetke i :

$$P_i = |\circ_i\rangle\langle\circ_i| = \frac{1 - Z_i}{2} \quad (1.3)$$

gde je Z_i Paulijeva z matrica. Ovaj projektor odgovara lokalnoj gustini atoma u osnovnom stanju i povezan je sa gustinom ekscitacija kao $Q_i = 1 - P_i$.

Zainteresovani smo za ponašanje u limesu jake interakcije između najbližih suseda $V = V_{i,i+1}$, tj. $V \gg \Omega$. Radi jednostavnost biramo $\Delta = 0$ i zanemarujemo dejstvo između daljih suseda, što ima smisla jer $V_{i,j}$ brza opada s rastojanjem. Reskaliranjem početnog Hamiltonijana (1.2) sa $1/V$ i uvođenjem malog parametra $\epsilon = \Omega/(2V)$ dobija se

$$H = H_0 + \epsilon H_1 = \sum_{i=1}^L Q_i Q_{i+1} + \epsilon \sum_{i=1}^L X_i, \quad (1.4)$$

pri čemu se početni Hamiltonijan podelilio na dva dela: dominantni H_0 , koji broji parove susednih ekscitacija, i perturbaciju H_1 koja je oblika jednostavnog paramagneta.

U graničnom slučaju jake interakcije (malog ϵ), izvodi se efektivni Hamiltonijan pomoću Šriker-Vulfove transformacije [22, 23]. Za početak, uvodi se nisko energetska podprostor koga čine sva stanja bez susednih atoma u ekscitovanom stanju. Vodeći član Hamiltonijana (1.4) je očigledno nula u ovom potprostoru, pa moramo razmatrati prvi netrivialni doprinos perturbacije H_1 , koji je njegova projekcija na pomenuti podprostor.

Operator X_i unutar H_1 menja stanje i -tog atoma, čime mogu da se stvore parovi susednih pobuđenja i time izade iz posmatranog podprostora. Ipak postoje načini da se operator zapiše kao suma dva operatora, gde jedan neće praviti ili uništavati parove ekscitacija, a drugi hoće. Naime, umetanjem jediničnih operatora ($P_i + Q_i = 1$) oko X_i dobija se

$$X_i = 1 X_i 1 = (P_{i-1} + Q_{i-1}) X_i (P_{i+1} + Q_{i+1}). \quad (1.5)$$

Raspisivanjem zagrada dobija se član koji ne menja broj susednih ekscitacija $P_{i-1} X_i P_{i+1}$ i ostali članovi koji menjaju taj broj.

Nakon uvrštavanja svih rezultata u (1.4) i krajnjim reskaliranjem faktorom ϵ , konačan rezultat je Hamiltonijan PXP modela:

$$H_{PXP} = \sum_{i=1}^L P_i X_{i+1} P_{i+2}. \quad (1.6)$$

Zbog prisustva projektora u (1.6) nemoguće je postojanje dva pobuđena atoma jedan pored drugog.

1.3 HILBERTOV PROSTOR I SIMETRIJE

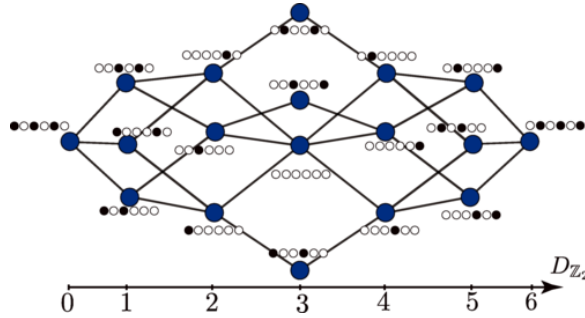
PXP Hamiltonijan (1.6) po svojoj formi podseća na spinske Hamiltonijane, naročito na slučaj paramagneta:

$$H_{PM} = \sum_{i=1}^L X_i. \quad (1.7)$$

Ovakvi sistemi se sastoje iz spinskih stepeni slobode. Svaki spin se nalazi u jednom od dva moguća stanja: spin gore $|\uparrow\rangle$ ili spin dole $|\downarrow\rangle$, što u našem slučaju odgovara Ridbergovim stanjima $|\bullet\rangle$ i $|\circ\rangle$. Ukupan sistem koji se sastoji od L spinova stoga ima 2^L mogućih konfiguracija koje čine bazu. One se nazivaju i stanjima proizvoda (eng. *product state*), jer se svako od njih može zapisati kao tenzorski proizvod pojedinačnih spinskih stanja i poseduju nultu kvantnu spletenost.

Međutim, prisustvo Ridbergove blokade, odnosno projektora u PXP Hamiltonijanu (1.6), uvodi ograničenja. Atom može da promeni stanje samo ako su njegovi najbliži susedi u osnovnom stanju $|\circ\rangle$, čime se uništava jednostavna tenzorska struktura Hilbertovog prostora. Konkretno, gube se sva stanja proizvoda koja sadrže susedne ekscitacije $\cdots \bullet \bullet \cdots$. Na primer za $L = 2$ atoma, dozvoljene su superpozicije stanje $\{\circ\circ, \circ\bullet, \bullet\circ\}$, dok je konfiguracija $\bullet\bullet$ zabranjena.

Grafovi, kao matematičke strukture koje se sastoje od čvorova povezanih granama, predstavljaju prirodan alat za opis i analizu Hilbertovih prostora. U ovom kontekstu, čvorovi označavaju dozvoljene stanja proizvoda, dok grane povezuju ona koja se međusobno preslikavaju dejstvom Hamiltonijana. Za paramagnet, odgovarajući graf ima strukturu hiperkocke u L dimenzija, dok PXP model pokazuje znatno složeniju povezanost zbog ograničenja koje nameće Ridbergova blokada. Struktura grafa za slučaj $L = 6$ prikazana je na slici 1.1.



Slika 1.1: Grafska reprezentacija PXP modela sa $L = 6$ atoma. Čvorovi grafa označavaju bazisna stanja, gde $\circ$ označava osnovno, a $\bullet$ pobuđeno stanje atoma. Grane povezuju konfiguracije koje se preslikavaju jedno u drugo pod dejstvom Hamiltonijana. Horizontalna osa pokazuje minimalni broj obrtanja stanja pojedinačnih atoma do Nelovog stanja, za svako stanje. Slika preuzeta iz [12].

Iako postoji manji broj stanja nego u slučaju spinskih sistema, Hilbertov prostor i dalje raste eksponencijalno sa povećanjem veličine sistema i to prema Fibonačijevom nizu, što se može lako pokazati. Neka je broj stanja proizvoda jednak N_L za veličinu sistema L . Niz je moguće produžiti za jednu česticu bez narušenja zadatog ograničenja na dva načina. Prvi je da se svakoj od N_L konfiguracija doda atom u osnovnom stanju $\circ$. Drugi je dodavanje $\bullet$ stanjima koja se završavaju sa $\circ$, što je identično postavljanju $\circ\bullet$ na kraj svim konfiguracijama sa $L - 1$ konstituenata. Zaključuje se da je ukupan broj stanja proizvoda jednak $N_{L+1} = N_L + N_{L-1}$, odnosno poznatoj Fibonačijevoj formuli. Pri nametnutom periodičnom graničnom uslovu, stanja u Hilbertovom prostoru ima još manje zbog dodatne zabrane da početni i krajnji atom nisu istovremeno $\bullet$.

Na kraju, navedimo simetrije PXP modela iz jednačine (1.6). On poseduje diskretnu simetriju inverzije, koja preslikava čvor j u $L - j + 1$. Uz periodične granične uslove, model je takođe i translatorno simetričan. Pored toga, postojanje operatora $C = \Pi_i Z_i$, koji antikomutira sa

Hamiltonijanom (1.6), dovodi do simetrije čestica-šupljina u višečestičnom spektru, gde svako stanje sa energijom E ima odgovarajuće partnersko stanje energije $-E$ [12].

1.4 SLABO NARUŠENJE HIPOTEZE O TERMALIZACIJI PUTEM SVOJSTVENIH STANJA

Termalizacija u ergodičnim kvantnim sistemima objašnjava se pomoću pretpostavke poznate kao hipoteza o termalizaciji putem svojstvenih stanja [3–6]. Ova hipoteza tvrdi da u ergodičnim sistemima svaki pojedinačni svojstveni vektor Hamiltonijana daje očekivane vrednosti fizičkih opservabli koje su praktično jednake onima dobijenim u statističkim ansamblima, poput mikrokanonskog ansambla. Drugim rečima, ako se posmatra opservabla opisana operatorom O , njeno očekivanje u svojstvenom stanju $|\alpha\rangle$ sa energijom E_α ima oblik:

$$O_{\alpha\alpha} = \langle \alpha | O | \alpha \rangle, \quad (1.8)$$

a prema hipotezi o termalizaciji, ove vrednosti glatko zavise od energije i poklapaju se sa makroskopskim (termodinamičkim) predikcijama. Brojna istraživanja pokazala su da ova hipoteza uspešno opisuje ponašanje mnogih ergodičnih modela, dok se njegovo narušavanje javlja u sistemima sa višečestičnom lokalizacijom [7, 24].

U kontekstu PXP modela, hipoteza o termalizaciji može se testirati posmatranjem dijagonalnih elemenata operatora broja pobuđenja (kod spinskih modela ovaj operator odgovara magnetizaciji duž z -ose), definisanog kao:

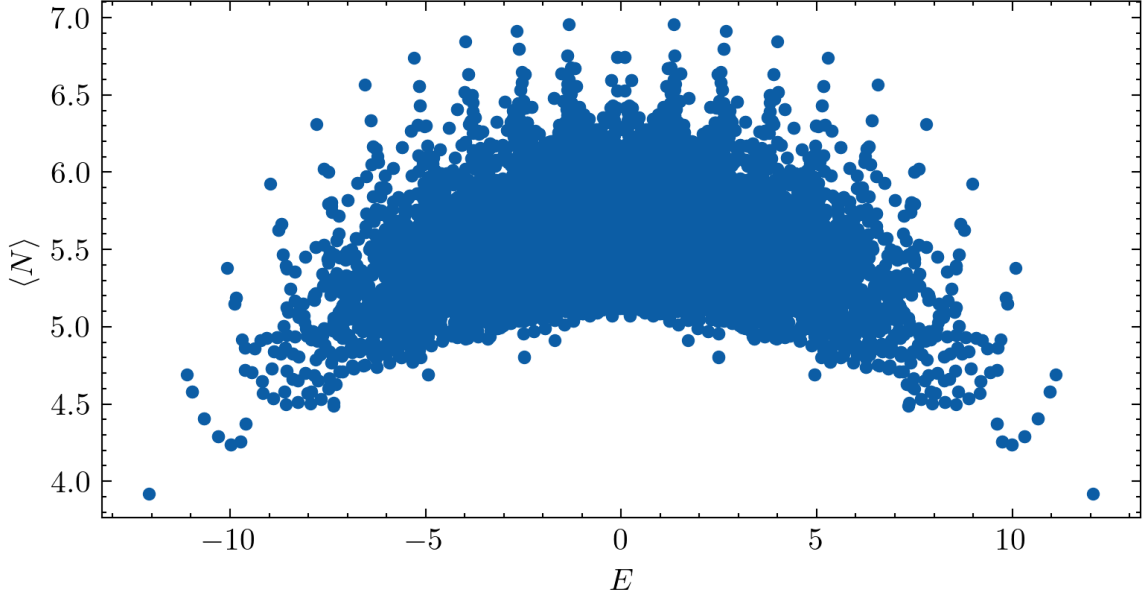
$$N = \sum_{i=1}^L Q_i, \quad (1.9)$$

gde je L broj atoma u nizu, a $Q_i = |\bullet_i\rangle\langle\bullet_i|$ operator broja pobuđenja i -tog atoma (njegova očekivana vrednost je uvek između nule i jedinice uključujući i njih).

Za razliku od potpuno ergodičnih sistema, gde bi očekivane vrednosti $\langle N \rangle$ oscilovale oko $L/2$, u PXP modelu sve svojstvene vrednosti imaju manju srednju vrednost zbog ograničenja u maksimalnom broju pobuđenja (Ridbergove blokade). Prema Gibsovom ansamblu sa matricom gustine $\rho \propto e^{-\beta H}$, pri čemu se efektivna inverzna temperatura (parametar $\beta = 1/T$) određuje iz zavisnosti između srednje energije ansambla i očekivane vrednosti Hamiltonijana, $\langle N \rangle$ za svojstvena stanja zavisi od energije kao parabola.

Međutim, na grafiku sa slike 1.2 uočava se i niz stanja koja značajno odstupaju od termalne predikcije. Ova posebna stanja formiraju jasno izdvojenu traku u spektru, koja se prostire duž celog spektra. Broj ovih stanja iznosi $L + 1$. Na slici 1.2 ih ima $L = 20$, jer se ne primećuje stanje u sredini spektra zbog degenracije stanja sa nultom energijom. Zanimljivo je primetiti simetričnost energetskog spektra oko nule, što je posledica simetrije čestica-šupljina.

Ova specijalna svojstvena stanja čine osnovu izdvojene trake i mogu se posmatrati kao roditeljska stanja koja definišu tzv. ETH-narušavajuće tornjeve (eng. *ETH-breaking towers*). Niža stanja unutar ovih tornjeva takođe odstupaju od ETH, ali u manjoj meri. Postojanje takve strukture u spektru pokazuje da PXP model ne podleže potpunoj termalizaciji: većina svojstvenih stanja zadovoljava hipotezu o termalizaciji putem svojstvenih stanja, dok mali broj specijalnih stanja ostaje netermalan i odgovoran je za pojavu kvantnih višečestičnih ožiljaka. Ova pojava predstavlja slabo narušenje hipoteze o termalizaciji.



Slika 1.2: Grafik zavisnosti broja pobuđenja za svako svojstveno stanje PXP Hamiltonijana od njihove energije. Većina tačaka je koncentrisana u oblik parabole, predviđeno kanonskim ansamblom. Ipak postoje i određen broj specijalna svojstvena stanja koja odstupaju od predviđanja i jako narušavaju hipotezu o termalizaciji. Rezultat dobijen za $L = 20$.

Na taj način, PXP model predstavlja paradigmatki primer slabog narušenja hipoteze o termalizaciji putem svojstvenih stanja, u kome sistem u globalnom smislu pokazuje ergodično ponašanje, ali sadrži izdvojenu podstrukturu svojstvenih stanja koja remeti potpunu termalizaciju i dovodi do neergodične dinamike, poput oscilatornih povrata u početno stanje karakterističnih za fenomen kvantnih višestrukih ožiljaka.

1.5 DINAMIKA $\mathbf{Z}_2$ STANJA

Pokazano je da PXP model narušava hipotezu o termalizaciji putem svojstvenih stanja zbog postojanja malog broja atipičnih svojstvenih stanja. Njihov broj linearno raste sa L , dok ukupan broj svojstvenih vektora raste eksponencijalno. Naivno bi se moglo pomisliti da ova stanja nemaju fizički značaj i da će njihov uticaj biti prikriven od strane mnogo većeg broja tipičnih stanja. Ipak, to nije tačno, jer ova specijalna svojstvena stanja imaju veliko preklapanje sa određenim eksperimentalnim stanjima i time ih je moguće pripremiti i proučavati. Primer jednog stanja korišćenog u eksperimentu na kvantnom simulatoru je Nelovo stanje [10]:

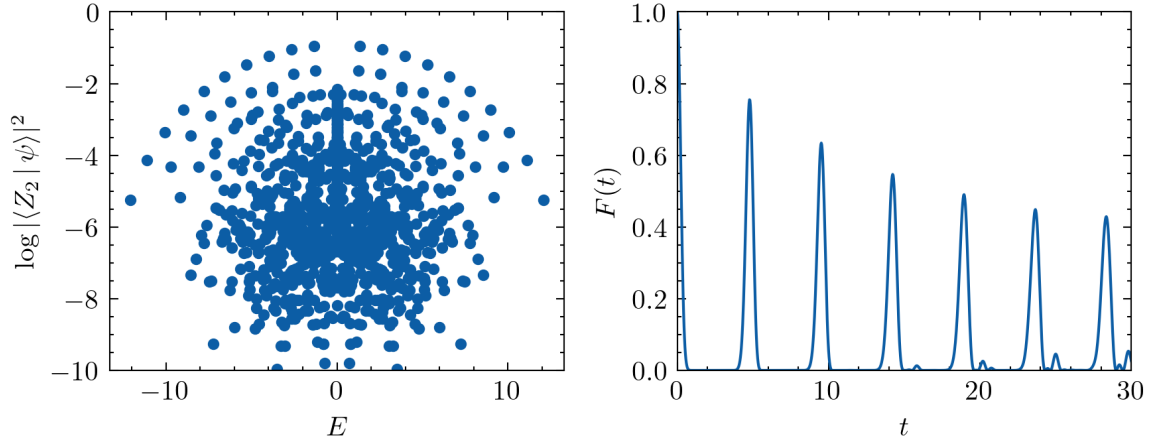
$$|\mathbf{Z}_2\rangle = |\bullet \circ \bullet \circ \dots\rangle. \quad (1.10)$$

Naziv potiče od narušenja $\mathbf{Z}_2$ simetrije i analogije sa antiferomagnetima. Takođe, ovo stanje poseduje maksimalni mogući broj pobuđenja, zajedno sa svojim translatorno simetričnim parom:

$$|\mathbf{Z}'_2\rangle = |\circ \bullet \circ \bullet \dots\rangle. \quad (1.11)$$

Slika (1.3) prikazuje preklapanja svih svojstvenih stanja ψ Hamiltonijana (1.6) sa Nelovim stanjem (1.10):

$$O_\psi = |\langle \mathbf{Z}_2 | \psi \rangle|^2. \quad (1.12)$$



Slika 1.3: Analiza $\mathbf{Z}_2$ stanja za $L = 20$. Levo: grafik zavisnosti preklapanja svakog svojstvenog stanja PXP Hamiltonijana sa $|\mathbf{Z}_2\rangle$ stanjem od njihove energije. Uočava se skupina specijalnih svojstvenih stanja odvojenih od ostatka. Preklapanja se prikazuju na logaritamskoj skali. Desno: promena kvantne vernosti tokom vremena pri početnom stanju $|\mathbf{Z}_2\rangle$ pokazuje izraženo periodično ponašanje.

Radi bolje preglednosti, vrednosti su prikazane na logaritamskoj skali duž y -ose. Na grafiku se jasno izdvaja skup specijalnih svojstvenih stanja, odvojenih od ostatka spektra, koja pokazuju neobično visoku vrednost preklapanja. Upravo ta stanja odgovaraju onima koja su jako narušavala hipotezu o termalizaciji na slici 1.2. Zanimljivo je da su specijalna stanja međusobno gotovo ravnomerno raspoređena po energiji, što ima presudan uticaj na dinamiku $\mathbf{Z}_2$ stanja. U blizini centra spektra, energetska rastojanja između susednih specijalnih stanja iznosi približno $\Delta E \approx 1.33$.

Važan kvantitativni test za kvantne višestruke ožiljke daje kvantna vernost (eng. *quantum fidelity*) $F(t)$:

$$F(t) = |\langle \psi(0) | \psi(t) \rangle|^2. \quad (1.13)$$

Ova veličina meri sličnost između dva stanja. U slučaju ožiljaka koristi se radi praćenja koliko sistem ostaje blizu početnog stanja $|\psi(t=0)\rangle$ tokom evolucije, odnosno verovatnoću da se stanje vrati u početno. Za opšte višestruke sisteme očekuje se eksponencijalno opadanje vernosti tokom vremena i sa veličinom sistema L .

Dinamika sistema se ispituje tako što se u početnom trenutku $t = 0$ on pripremi u $|\psi(0)\rangle = |\mathbf{Z}_2\rangle$, nakon čega se njegova evolucija simulira pomoću PXP Hamiltonijana

$$|\psi(t)\rangle = e^{-itH_{\text{PXP}}} |\psi(0)\rangle, \quad (1.14)$$

pri čemu je evolucija određena dekompozicijom početnog stanja u svojstvenom bazu. Na osnovu poznatih stanja $\psi(t)$ lako se dolazi do kvantne vernosti (1.13). Ona u početku, očekivano, brzo opada ka nuli, ali zatim oko trenutka $t = 5$ naglo raste i počinje da pokazuje periodične oscilacije tokom vremena, kao što je prikazano na slici 1.3. Njihov period oscilovanja zavisi od eneretskog rastojanja i u slučaju Nelovog stanja izračunata vrednost je $T_{\mathbf{Z}_2} = 2\pi/\Delta E \approx 4.72$ što jeste u saglasnosti sa grafikom.

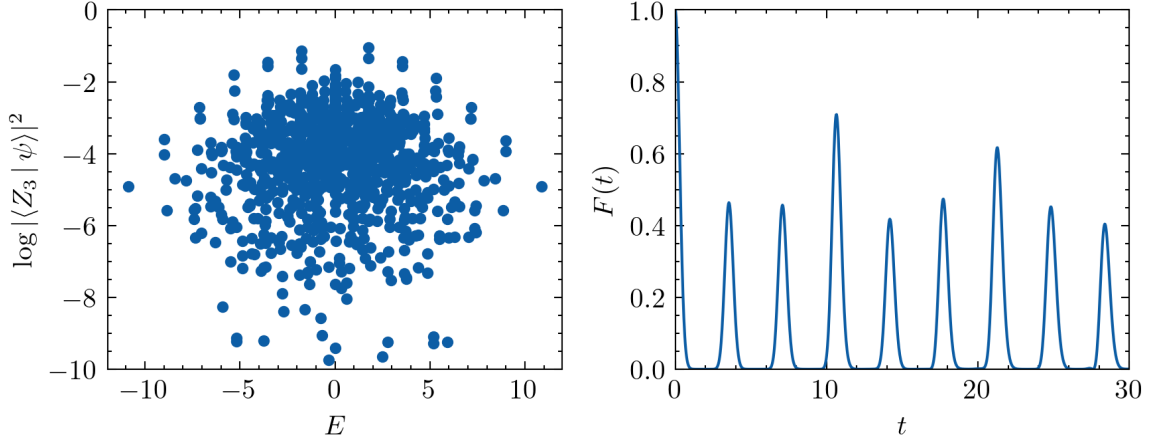
1.6 DINAMIKA $\mathbf{Z}_3$ I POLARIZOVANOG STANJA

Analognu analizu sprovedenu za Nelovo ($\mathbf{Z}_2$) stanje sada primenjujemo i na druga početna stanja ispitivana u eksperimentalnim realizacijama kvantnih simulatora zasnovanih na Ridbergovim atomima. Pokazalo se da sistem pripremljen u stanju $|\mathbf{Z}_3\rangle$ ispoljava određene karakteristike kvantnih višestrukih ožiljaka, dok u slučaju potpuno polarizovanog stanja u osnovnoj verziji PXP modela (1.6) dolazi do brze termalizacije bez znakova koherentnog dinamičkog ponašanja.

Definišemo $\mathbf{Z}_3$ stanje na sledeći način:

$$|\mathbf{Z}_3\rangle = |\bullet \circ \circ \bullet \circ \circ \dots\rangle, \quad (1.15)$$

što odgovara konfiguraciji u kojoj su pobuđeni atomi međusobno razdvojeni sa po dve čestice u osnovnom stanju.



Slika 1.4: Analiza $\mathbf{Z}_3$ stanja za $L = 18$. Levo: grafik preklapanja svakog svojstvenog stanja PXP Hamiltonijana sa $|\mathbf{Z}_3\rangle$ stanjem u funkciji od njihove energije. Uočava se skupina specijalnih svojstvenih stanja odvojenih od ostatka. Preklapanja se prikazuju na logaritamskoj skali. Desno: promena kvantne vernosti tokom vremena pri početnom stanju $|\mathbf{Z}_3\rangle$ pokazuje periodično ponašanje.

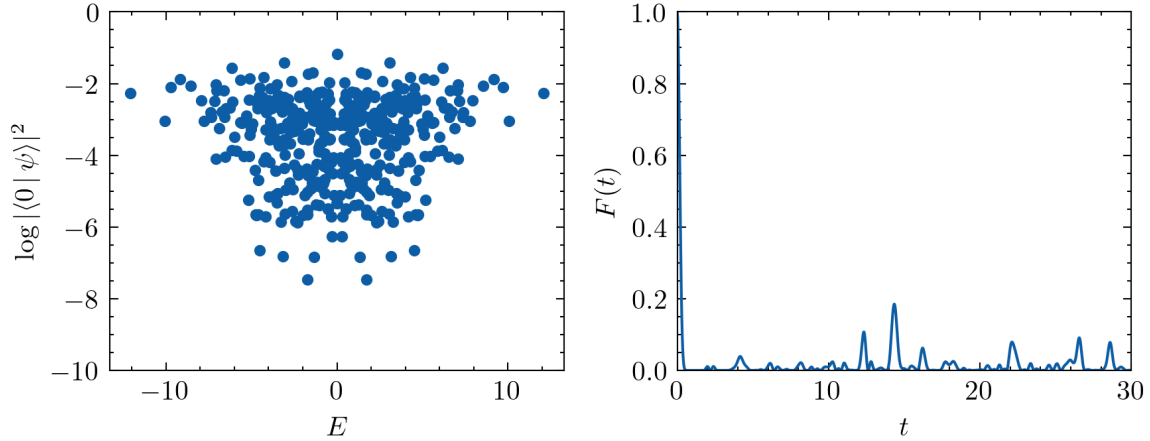
Na slici 1.4 se vidi da i u ovom slučaju postoji skup stanja sa anomalno visokim preklapanjem, iako nisu identična onima u $\mathbf{Z}_2$ analizi. Ona ponovo formiraju energetski približno jednako razmaknute strukture koje se izdvajaju iznad ostatka spektra. Ipak, razdvojenost ovih specijalnih stanja od termalnih je manja nego u $\mathbf{Z}_2$ slučaju, što rezultira slabije izraženim povratnim oscilacijama u dinamici. Na grafiku promene kvantne vernosti primećuju se periodične oscilacije, koje jasno ukazuju na delimičan povratak sistema u početno stanje i prisustvo kvantnih višestrukih ožiljaka.

Pored osnovnih oscilacija, dinamika $\mathbf{Z}_3$ stanja pokazuje i modulaciju amplitude oscilacija, tj. na slici 1.4 svaki treći pik je izraženiji od susednih. Ovo ponašanje je objašnjeno u radu [12], gde je rečeno da se modulacije mogu objasniti dodatnim podskupom specijalnih stanja koja se nalaze između glavnih vrhova u spektru. Ova „sekundarna“ stanja imaju pojačano preklapanje sa složenijim prostornim konfiguracijama koje sadrže prelaz između dve različita $\mathbf{Z}_3$ domena (na primer, $\circ \circ \bullet \dots \circ \circ \bullet$ | $\circ \bullet \circ \dots \circ \bullet \circ$). Njihovo prisustvo uvodi dodatnu frekvenciju u dinamiku, što dovodi do povremenog pojačanja oscilacija nakon $L/6$ ciklusa, zbog čega efekat postaje izražen kod dužina nizova deljivih sa šest.

Za razliku od $\mathbf{Z}_2$ i $\mathbf{Z}_3$ stanja, potpuno polarizovano stanje ne poseduje nikakve ekscitacije, već su svi atomi u osnovnom stanju:

$$|0\rangle = |\circ \circ \circ \circ \dots\rangle. \quad (1.16)$$

Ono predstavlja tipičan primera termalnog stanja koje se brzo relaksira, bez ikakvih oscilacija.



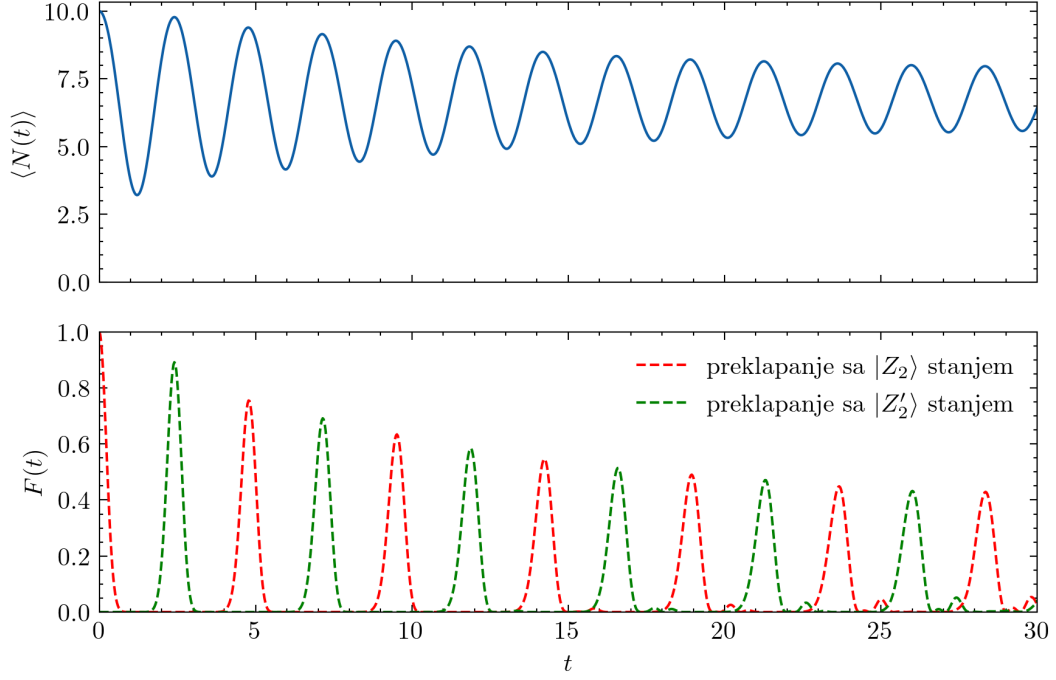
Slika 1.5: Analiza polarizovanog stanja za $L = 20$. Levo: grafik zavisnosti preklapanja svakog svojstvenog stanja PXP Hamiltonijana sa $|0\rangle$ stanjem od njihove energije. Uočava se skupina specijalnih svojstvenih stanja odvojenih od ostatka. Preklapanja se prikazuju na logaritamskoj skali. Desno: promena kvantne vernosti tokom vremena pri početnom stanju $|0\rangle$ pokazuje brzu termalizaciju.

Na slici 1.5 uočava se da preklapanja između svojstvenih stanja PXP Hamiltonijana i polarizovanog stanja nemaju jasno izdvojene tačke iznad ostalih. Umesto toga, ceo spektar je kontinuiran i zbijen, što znači da polarizovano stanje ekscituje veliki broj termalnih svojstvenih stanja. Kao posledica, kvantna vernost pokazuje opadanje bez periodičnih povrataka u prvobitnu konfiguraciju, što je jasan pokazatelj termalizacije sistema.

1.7 EKSPERIMENTALNO MERLJIVE VELIČINE

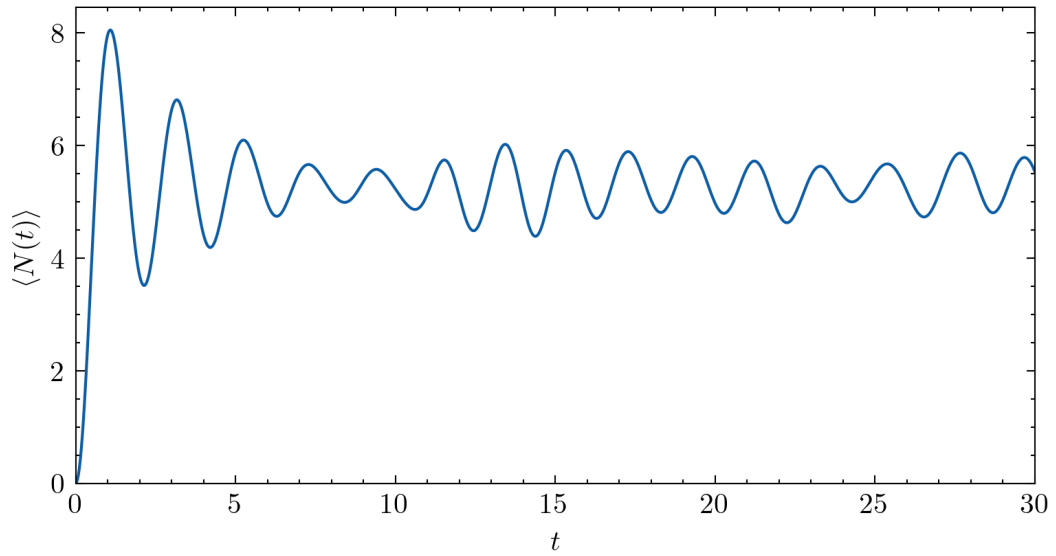
Kvantna vernost predstavlja zgodnu veličinu za teorijsku analizu jer direktno meri povratak sistema u početno stanje. Međutim, njeno eksperimentalno određivanje je zahtevno, budući da zahteva potpunu rekonstrukciju talasne funkcije sistema. Srećom, oscilacije u dinamici kvantne vernosti reflektuju se i u ponašanju lokalnih observabli, čije je očekivane vrednosti moguće neposredno meriti. Eksperimenti su zaista pokazali da se tokom vremena javljaju periodične oscilacije očekivanih vrednosti lokalnih operatora, što je jasan znak kvantnih višestrukih ožiljaka [10].

U ovom odeljku fokusiramo se na već ranije definisani operator broja pobuđenja (1.9). Računamo njegovu očekivanu vrednost $\langle N(t) \rangle$ za vremenske trenutke do $t = 30$. Na slici 1.6 prikazana je vremenska evolucija $\langle N(t) \rangle$ za početno Nelovo stanje. Neprekidna plava linija predstavlja izračunatu dinamiku očekivane vrednosti, dok isprekidane linije označavaju promene preklapanja trenutnog stanja sa dva Nelova stanja. Ponašanje $\langle N(t) \rangle$ pokazuje izražene oscilacije sa relativno slabim prigušenjem, znatno manjim od očekivanog u termalizovanom sistemu. Maximumi krive $\langle N(t) \rangle$ i preklapanja sa Nelovim stanjima pojavljuju se u istim vremenskim trenucima, odnosno osciluju istom frekvencijom. Da smo umesto toga posmatrali kvantnu vernost (koja je u ovom slučaju identična preklapanju sa $\mathbf{Z}_2$ stanjem), uočili bismo da je njen period oscilovanja približno dvostruko veći od perioda oscilovanja očekivane vrednosti broja pobuđenja. Ovakav odnos je posledica činjenice da sistem naizmenično osciluje između stanja $|\mathbf{Z}_2\rangle$ i njemu komplementarnog $|\mathbf{Z}_2'\rangle$.



Slika 1.6: Gore: Promena očekivane vrednosti operatora broja pobuđenja N tokom vremena iz početnog $|\mathbf{Z}_2\rangle$ stanja. Dole: Isprekidanim linijama je prikazano preklapanje sa $|\mathbf{Z}_2\rangle$ stanjem (u ovom slučaju identično kvantnoj vernosti), kao i preklapanje sa stanjem $|\mathbf{Z}'_2\rangle$. Frekvencije oscilovanja broja pobuđenja (neprikidna linija) i preklapanja sa Nelovim stanjima (isprekidane linije) su identične.

Za poređenje, u slučaju modela opisanog Hamiltonijanom (1.6), polarizovano stanje pokazuje suštinski različito ponašanje. Kao što je ranije istaknuto, ono predstavlja tipičan primer termalizujućeg stanja. Dinamika operatora broja pobuđenja to potvrđuje (slika 1.7): nakon otprilike $t = 5$, očekivana vrednost $\langle N \rangle$ dostiže svoju srednju stacionarnu vrednost i dalje samo blago osciluje oko nje, bez značajnijih odstupanja. Takvo ponašanje je u saglasnosti sa hipotezom o termalizaciji putem svojstvenih stanja (ETH), prema kojoj sistem gubi informacije o početnoj konfiguraciji i relaksira ka ravnotežnom stanju.



Slika 1.7: Promena očekivane vrednosti operatora broja pobuđenja N tokom vremena iz početnog polarizovanog $|0\rangle$ stanja koje pokazuje brzu termalizaciju.

GLAVA 2

PXP MODEL SA KONSTANTNIM HEMIJSKIM POTENCIJALOM

Uvođenje člana hemijskog potencijala u model moguće je jednostavno ostvariti u eksperimentu, gde on po apsolutnoj vrednosti odgovara razdešavanju (odstupanju od rezonancije lasera i atomskog prelaza). U praksi, dovoljna je promena frekvencije lasera da bi se efektivno kontrolisala vrednost razdešavanja, odnosno hemijskog potencijala. U slučaju uniformnog (konstantnog) hemijskog potencijala, Hamiltonijan je:

$$H = H_{PXP} + \mu \sum_{i=1}^L Q_i. \quad (2.1)$$

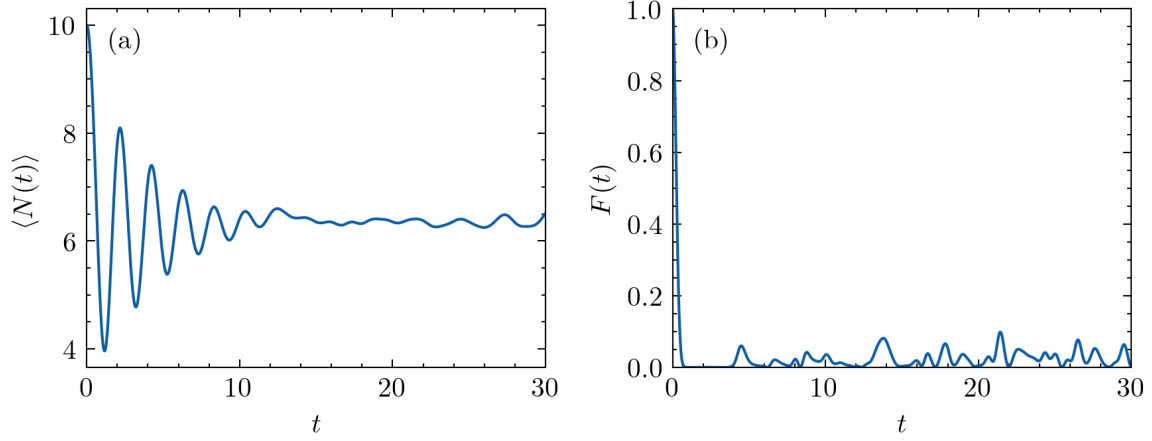
Operator $Q = 1 - P = |\bullet\rangle\langle\bullet|$ pokazuje broj pobuđenja u sistemu i time definiše hemijski potencijal μ . Fizički, ovaj dodatni član favorizuje (za $\mu < 0$) ili suzbija (za $\mu > 0$) pobuđene konfiguracije.

Prisustvo hemijskog potencijala ima dubok uticaj na strukturu energijskog spektra i dinamiku sistema. Za $\mu = 0$, dobija se osnovni PXP model koji pokazuje pojavu specijalnih, tzv. ne-termalnih stanja, koja dovode do pojave kvantnih višečestičnih ožiljaka. Povećanjem μ dolazi do narušavanja simetrije modela, što može da utiče na stabilnost i postojanje ovih specijalnih stanja. U literaturi je pokazano da uvođenje razdešavanja može dovesti do kvantnih fazne prelaza, kao i do bogatog dinamičkog ponašanja, uključujući stabilizaciju ožiljaka u određenom opsegu μ . Analiza PXP modela sa konstantnim hemijskim potencijalom stoga pruža dublji uvid u mehanizme koji omogućavaju odstupanje od kvantne termalizacije i povezuje eksperimentalno zapažene fenomene sa teorijskim predviđanjima.

2.1 UNIŠTENJE OŽILJAKA

U prethodnom poglavlju prikazano je da se sistem pripremljen u $\mathbf{Z}_2$ stanju, kada evoluira slobodno prema PXP Hamiltonijanu (1.6), periodično vraća u početnu konfiguraciju. Takvo ponašanje se jasno uočava u vremenskim oscilacijama kvantne vernosti $F(t)$, što predstavlja karakterističan potpis kvantnih višečestičnih ožiljaka.

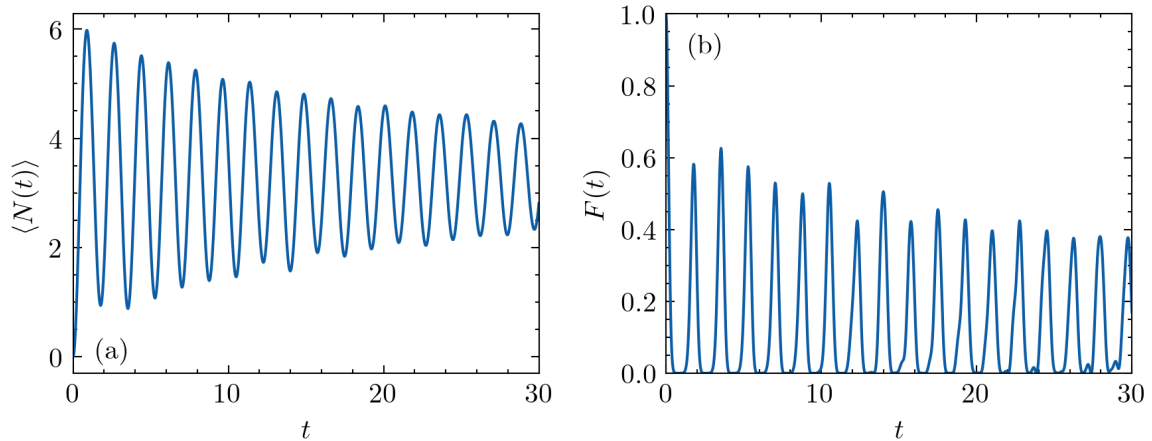
Uvođenjem člana sa hemijskim potencijalom μ , model poprima oblik (2.1) i dodatni član može se posmatrati kao perturbacija osnovnog PXP Hamiltonijana. Ova perturbacija može narušiti kvantne višečestične ožiljke povezane sa $\mathbf{Z}_2$ stanjem. Mehanizam je sledeći: sa rastom μ , struktura spektra svojstvenih stanja modela se menja. Dok su u čistom PXP modelu specijalna stanja pravilno energetski razmaknuta i formirala jasno izdvojenu celinu, dodavanje hemijskog potencijala narušava ovu strukturu. Kao posledica toga, dolazi do mešanja specijalnih stanja sa haotičnim (termalnim) delom spektra. Drugim rečima, specijalna stanja više ne čine izdvojeni podprostor u Hilbertovom prostoru, već se stapaju sa ostatkom sistema. Time se uništava glavni mehanizam koji je omogućavao pojavu kvantnih višečestičnih ožiljaka i sistem postaje potpuno termalizovan.



Slika 2.1: Evolucija Nelovog stanja pri $\mu = 1$, $L = 20$ i periodičnim graničnim uslovima. (a) Promena očekivane vrednosti broja ekscitacija tokom vremena. (b) Evolucija kvantne vernosti $F(t)$.

Istraživanja su pokazala da se efekti uništenja kvantnih ožiljaka povezanih sa $\mathbf{Z}_2$ stanjem najintenzivnije javljaju oko kritične vrednosti $\mu = 1$ [12]. Za ovu vrednost simulirali smo vremensku evoluciju iz početnog Nelovog ($\mathbf{Z}_2$) stanja. Na slici 2.1(a) prikazana je promena očekivane vrednosti broja pobuđenja tokom vremena, dok slika 2.1(b) prikazuje menjanje kvantne vernosti. Primećuje se da prisustvo hemijskog potencijala dovodi do brzog prigušenja oscilacija očekivane vrednosti $\langle N \rangle$, dok kvantna vernost brzo opada bez izraženih pikova. Ovakvo ponašanje je potpuno drugačije od ranije viđenog na slikama 1.3 i 1.6. To jasno ukazuje na gubitak koherentne dinamike i prelazak u termalizovani režim, gde sistem zaboravlja svoje početno stanje. Drugim rečima, hemijski potencijal μ deluje kao kontrolni parametar koji omogućava prelaz između režima sa ožiljcima (za $\mu \approx 0$) i termalizovanog režima (za veće μ). Ovaj prelaz naglašava osetljivost kvantnih višestrukih ožiljaka na perturbacije Hamiltonijana.

2.2 STVARANJE OŽILJAKA

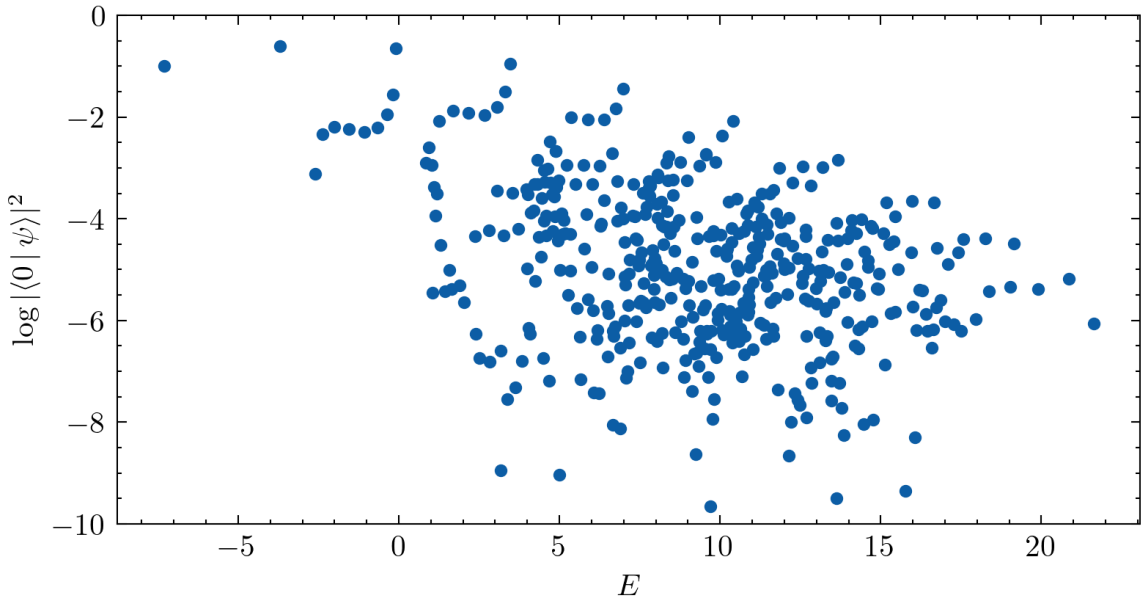


Slika 2.2: Polarizovano stanja pri $\mu = 1.68$, $L = 20$ i periodičnim graničnim uslovima. Frekvencije oscilacija na oba grafika su identične. (a) Promena očekivanog broja ekscitacija tokom vremena. (b) Evolucija kvantne vernosti $F(t)$.

Nedavni rad [25] pokazao je da se za $\mu > 0$ mogu pojaviti novi režimi kvantnih višestrukih ožiljaka. Jedan od istaknutih primera je polarizovano stanje $|0\rangle$. Dok u odsustvu hemijskog potencijala stanje $|0\rangle$ termalizuje što je predstavljeno na slici 1.5, pri nenultom hemijskom po-

tencijalu ono počinje da pokazuje povratke u početno stanje, slično kao Nelovo stanje. U istom radu je navedena vrednost $\mu = 1,68$ za koju je ovo ponašanje najizraženije. Simulacijom dinamike egzaktnom dijagonalizacijom dobijaju se grafici na slici 2.2. Sa leve strane je prikazana evolucija očekivane vrednosti observable N , a sa desne strane kvantne vernosti. Obe krive osciluju identičnim frekvencijama.

Kako bismo utvrdili uzrok ovih oscilacija crtamo grafik zavisnosti preklapanja svih svojstvenih stanja sa polarizovanim stanjem $|0\rangle$ u funkciji energije, slika 2.3. Zapažaju se karakteristike kvantnih višestrukih ožiljaka poput pojave skupa atipičnih svojstvenih stanja sa neuobičajeno velikim preklapanjem, koja su jednako udaljena jedni od drugih na energetske skali. Razlika u odnosu na Nelovo stanje 1.3 je nesimetričnost spektra u odnosu na nultu energiju, usled narušenja čestica-šupljina simetrije pri dodavanju hemijskog potencijala.



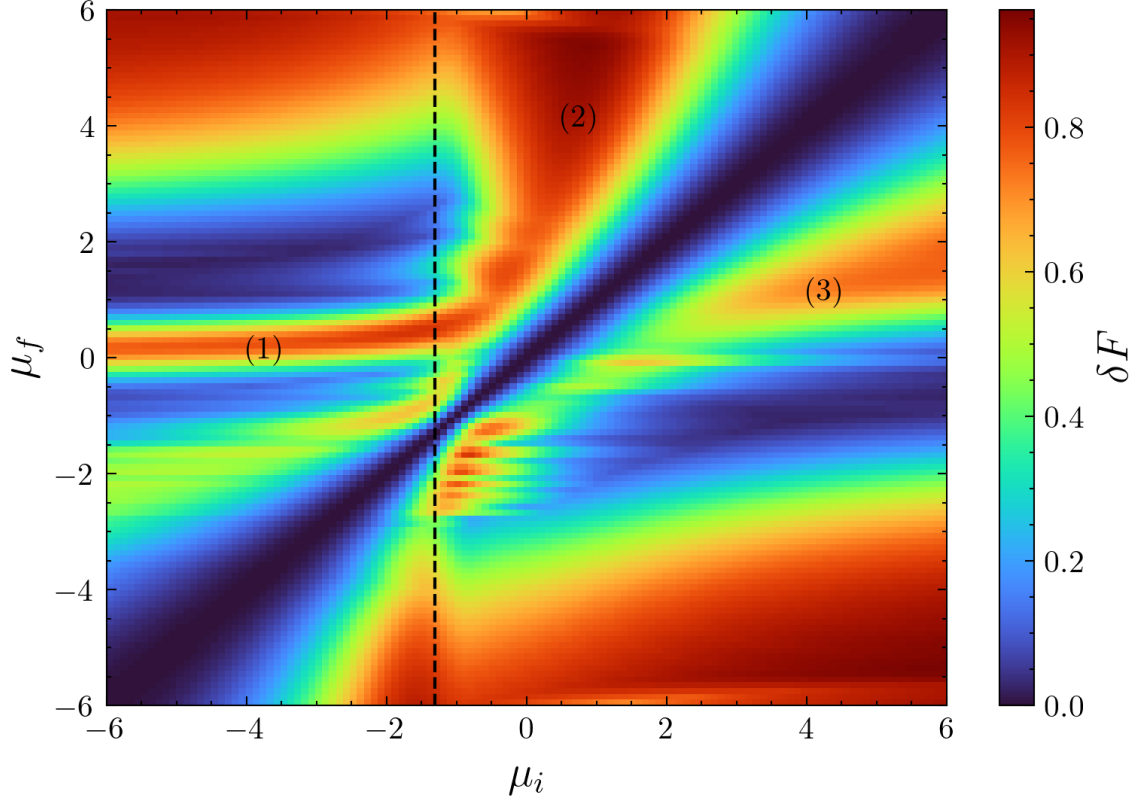
Slika 2.3: Grafik preklapanja svakog svojstvenog stanja PXP Hamiltonijana sa konstantnim hemijskim potencijalom $H(\mu = 1,68)$ sa polarizovanim stanjem $|0\rangle$ od njihove energije. Preklapanje je prikazano na logaritamskoj skali. Veličina sistema je $L = 20$ i nametnuti su periodični granični uslovi.

2.3 DINAMIČKI FAZNI DIJAGRAM

U prošloj sekciji je viđeno da polarizovano stanje dobija ožiljke kada se doda razdešavanje, iz čega proizilazi pitanje važi li isto i za neka druga stanja. Kako bismo ispitali veliki broj stanja, najbrži način je crtanje dinamičkog faznog dijagrama i kasnija njegova analiza. Kao početno stanje biramo osnovno stanje Hamiltonijana $H_{PXP}(\mu_i)$, a zatim ga evoluiramo pod dejstvom Hamiltonijana $H_{PXP}(\mu_f)$. Rezultujuća dinamika se koristi za izračunavanje relevantnih veličina koje ukazuju na prisustvo kvantnih višestrukih ožiljaka i narušenje ergodičnosti. Svaka kombinacija (μ_i, μ_f) odgovara jednoj tački u faznom dijagramu.

Zgodna veličina za ispitivanje da li je neko stanje ožiljak je kvantna vernost (1.13). Međutim, potrebno je isključiti jedan trivijalan slučaj $\mu_i \approx \mu_f$, kada je osnovno stanje $H(\mu_i)$ približno svojstveno stanje $H(\mu_f)$. Evolucija takvog stanja dovodi samo do promene faze i sistem ostaje zaglavljen u svojstvenom stanju. Kvantna vernost gotovo neće opadati i važiće $F(t) \approx 1$. Izbegavanje ovakvih slučajeva se postiže računanjem razlike δF maksimalne i minimalne kvantne vernosti na vremenskom intervalu $t \in [t_0, t_1]$, gde smo mi odabrali $t_0 = 0$ i $t_1 = 20$. Vrednost δF za tačke iz $\mu_i - \mu_f$ ravni su označene nijanskom boje na slici 2.4. Za vrednost $\mu_c = -1,31$ osnovno stanje Hamiltonijana podleže faznom prelazu Izingovog tipa povezanog sa spontanom

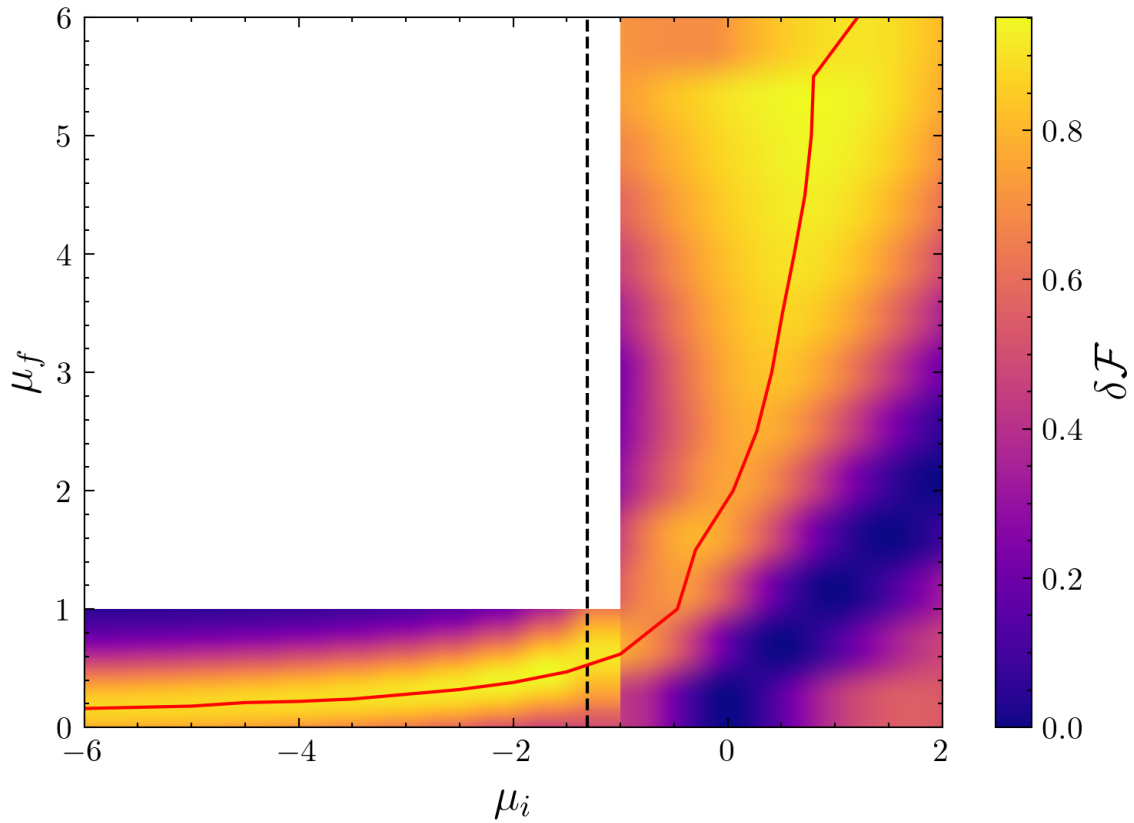
narušenjem $\mathbf{Z}_2$ simetrije [26], koji je bio primećen na kvantnom simulatoru sa Ridbergovim atomima [27].



Slika 2.4: Dinamički fazni diagram za naglu promenu (eng. *quench*) hemijskog potencijala, počevši iz osnovnog stanja Hamiltonijana $H(\mu_i)$, a zatim evoluirano pod dejstvom $H(\mu_f)$. Boja predstavlja razliku maksimalne i minimalne vrednosti kvantne vernosti δF u vremenskom intervalu $0 \leq t \leq 20$ nakon nagle promene. Oblasti koje ispoljavaju kvantne višestručne ožiljke su označene brojevima. Isprekidana crna linija pokazuje ravnotežni fazni prelaz na $\mu_c \approx -1,31$. Podaci su dobijeni direktnom dijagonalizacijom za niz od $L = 17$ atoma pri otvorenim graničnim uslovima.

Analizom faznog dijagrama 2.4 zapaža se više oblasti sa velikom razlikom vernosti δF označenih crvenom bojom. Pored njih, postoji crna dijagonala sa malom vrednošću δF , posledica trivijalnog slučaja opisanog u prošlom pasusu. Tri crvene oblasti, označene brojevima, odgovaraju fenomenu kvantnih višestručnih ožiljaka. Ostale crvene oblasti imaju jednostavnije poreklo koje se objašnjava bez ožiljaka, za više detalja o njima pogledati rad [18].

Kvantna vernost se glatko menja sa prelaskom iz oblasti (1) u (2), iako su odvoje faznim prelazom označenim isprekidanom crnom linijom. Odredili smo optimalni parametar μ_f , za koji se očekuje najbolji kvalitet oscilacija, za sva stanja iz ovih oblasti. Ispostavlja se da oni grade neprekidnu krivu prikazanu na slici 2.5. Vrednosti ovih parametara će biti iskorišćene u odeljku 4.1, kao pomoćno sredstvo za pronalazak parametara periodičnog pobuđivanja.



Slika 2.5: Uveličene oblasti (1) i (2) sa slike 2.4. Crvena linija prikazuje optimalnu putanju kroz fazni dijagram, tj. optimalne parametre. Isprekidana crna linija pokazuje ravnotežni fazni prelaz na $\mu_c \approx -1,31$. Podaci su dobijeni za niz od $L = 17$ atoma pri otvorenim graničnim uslovima.

GLAVA 3

PXP MODEL SA VREMENSKI PERIODIČNIM HEMIJSKIM POTENCIJALOM

Povratci u početno stanje u PXP modelu nisu perfektni, na primer kvantna vernost za izabrano početno stanje $|\psi(0)\rangle = |\mathbf{Z}_2\rangle$ vidno opada tokom vremena (slika 1.3). Rad [19] je pokazao da se vremenska skala pri kojoj ne dolazi do smanjenja značajno može produžiti primenom kosinusne modulacije hemijskog potencijala $\mu(t)$

$$H = H_{PXP} + \mu(t) \sum_{i=1}^L Q_i \quad (3.1)$$

$$\mu(t) = \mu_0 + \mu_m \cos(\omega t), \quad (3.2)$$

gde je μ_0 statički hemijski potencijal, μ_m amplitudni hemijskog potencijala i ω frekvencija pobuđivanja.

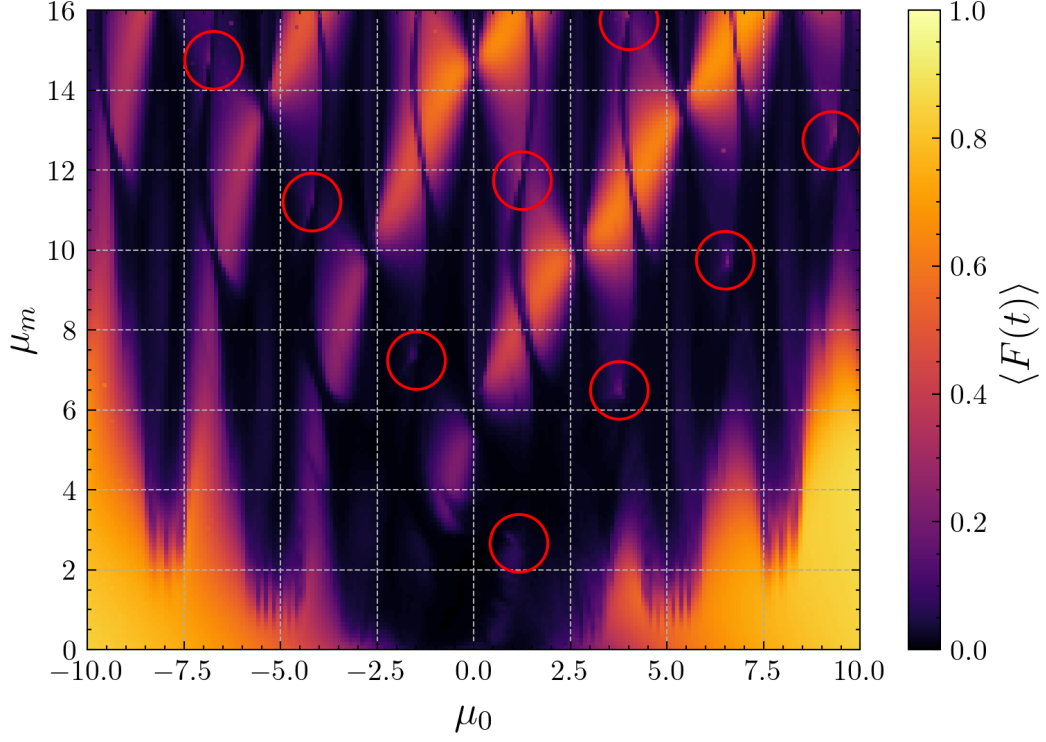
Kao i u prethodnim poglavljima, tako i u ovome oslanjamo se na numeričke simulacije. Važno je napomenuti da je Hamiltonijan (3.1) vremenski zavisn, pa više nije moguće primenjivati egzaktnu dijagonalizaciju. Stoga, upotrebljavamo tehniku zvanu Krilov metod. Korišćenjem ove metode računaju se evoluirani vektori u svim željenim vremenskim trenucima, pomoću kojih se dalje standardno dobijaju ostale veličine. Za više detalja pogledati dodatak A.

3.1 ODREĐIVANJE I PODELA OPTIMALNIH PARAMETARA

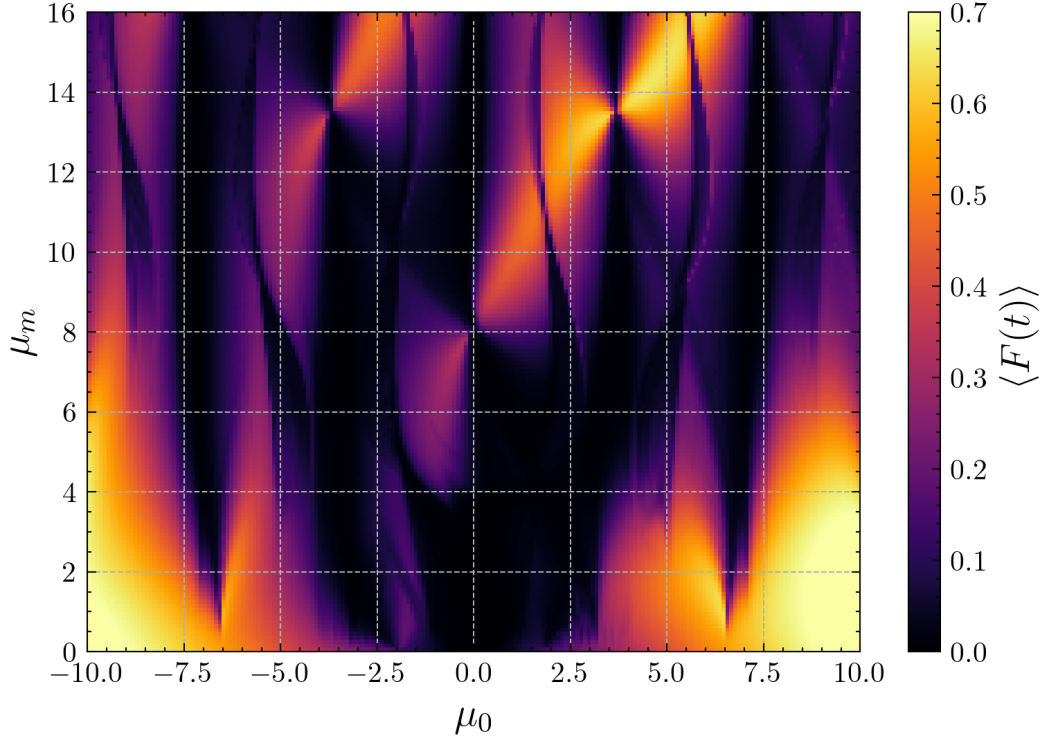
Nelovo i polarizovano stanje, pod evolucijom Hamiltonijana (3.1) uz pogodne vrednosti parametara, pokazuju dugotrajnije oscilacije u poređenju sa slučajem bez periodičnog pobuđivanja. Ključno pitanje predstavlja identifikacija optimalnih parametara koji stabilizuju ovu dinamiku i karakterizacija njihove strukture u prostoru parametara. Da bi se odredili parametri koji omogućavaju najstabilniji režim kvantnih višestetičnih ožiljaka, razmatra se prosečna kvantna vernost u vremenskom intervalu od $t = 0$ do $t = \tau$

$$\langle F \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau F(t) dt, \quad (3.3)$$

pri čemu je u daljim proračunima postavljeno $\tau = 100$. Za Nelovo stanje, optimalna frekvencija pobuđivanja nalazi se u blizini dvostruke osnovne frekvencije oscilacija u čistom PXP modelu, tj. u odsustvu hemijskog potencijala $\mu(t) = 0$. Nasuprot tome, za polarizovano početno stanje optimalna frekvencija odgovara približno frekvenciji oscilovanja u PXP modelu sa konstantnim hemijskim potencijalom $\mu(t) = \mu$. Optimalne vrednosti parametara μ_0 i μ_m određene su empirijski i razlikuju se za ova dva početna stanja, a mi ćemo ih ovde odrediti numerički crtanjem dijagrama μ_0 - μ_m pri konstantnoj frekvenciji. Zbog simetrije $\langle F \rangle(\mu_0, \mu_m, \omega) = \langle F \rangle(-\mu_0, -\mu_m, \omega)$ [20], računaju se samo slučajevi sa nenegativnim vrednostima amplitudnog hemijskog potencijala $\mu_m \leq 0$. Za Nelovo stanje izabrana je $\omega = 2,72$ slika 3.1, a za polarizovano $\omega = 3,71$ slika 3.2, isto kao i u radu [20].



Slika 3.1: Prosečna kvantna vernost $\langle F(t) \rangle$ za vremenski interval $t \in [0, 100]$ i PXP model sa vremenski periodičnim hemijskim potencijalom iz Nelovog početnog stanja. Frekvencija je fiksirana na $\omega = 2,72$. Veličina sistema je $L = 17$ i nametnuti su otvoreni granični uslovi. Pored maksimuma tipa-2, postoje i oni tipa-1 koji su zaokruženi crvenom bojom.



Slika 3.2: Prosečna kvantna vernost $\langle F(t) \rangle$ za vremenski interval $t \in [0, 100]$ i PXP model sa vremenski periodičnim hemijskim potencijalom iz polarizovanog početnog stanja. Frekvencija je fiksirana na $\omega = 3,71$. Veličina sistema je $L = 17$ i nametnuti su otvoreni granični uslovi. Na grafiku se uočavaju samo maksimumi tipa-2.

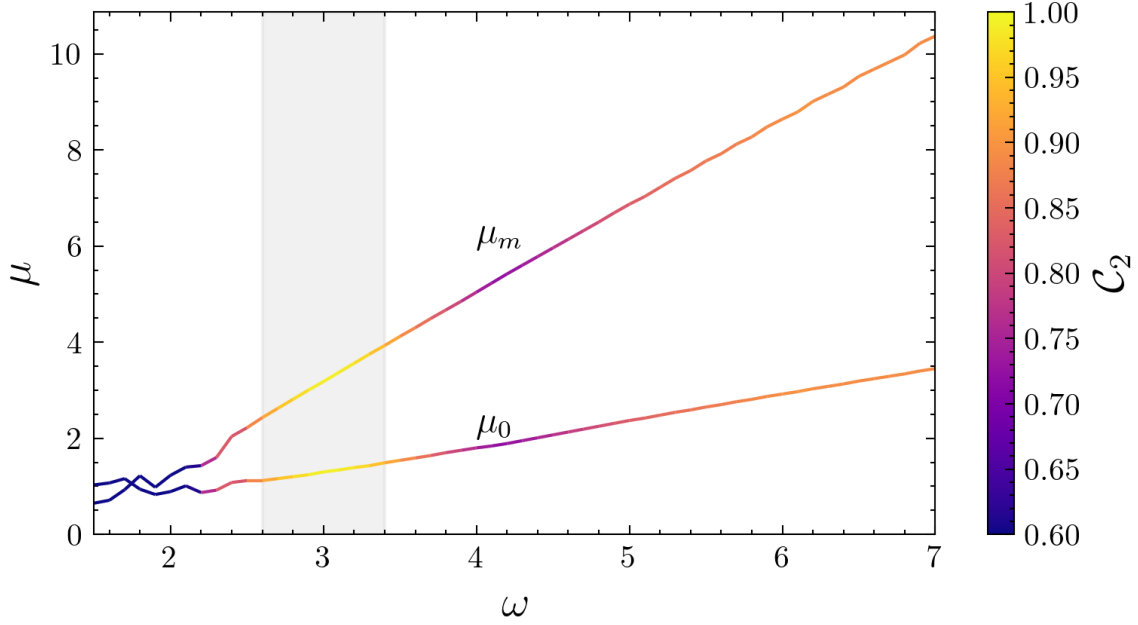
Svetle oblasti na prikazanim dijagramima označavaju regione povećane prosečne kvantne vernosti $\langle F(t) \rangle$, koje se mogu svrstati u tri karakteristične kategorije. Prva odgovara slučajevima $|\mu_0| \gg 1$ i $\mu_m \lesssim |\mu_0|$, odnosno pozicionirana u donjem desnom i levom uglu slike. Ona je trivijalna jer velika vrednost vernosti nije posledica fenomena kvantnih ožiljaka, već segmentacije energetskog spektra na više izolovanih zona, usled čega talasna funkcija ne može da se proširi na ceo Hilbertov prostor. Kvantna vernost tada ostaje relativno velika tokom evolucije, nikada ne padajući do nule. Drugu kategoriju čine uski, izrazito lokalizovani maksimumi koji se javljaju samo za precizno određene vrednosti parametara. Ovi pikovi su prisutni kod Nelovog stanja slika 3.1, gde su zaokruženi crvenom bojom, dok kod polarizovag stanja izostaju. U literaturi je ova vrsta maksimuma nazvana „tip-1“ [20] i najlakše se identifikuju posmatranjem subharmonijskog odziva sistema, slika 3.4a, o čemu će više reči biti kasnije. Treća kategorija, nazvana „tip-2“, obuhvata preostale svetle regione koji se javljaju kod oba početna stanja. Njihova realizacija u eksperimentu ne zahteva visoku preciznost podešavanja parametara. Na slikama 3.1 i 3.2 se uočavaju kao oblasti oblika leptira koje se pružaju duž dijagonala u prostoru parametara, najčešće za veće vrednosti μ_m . Promena frekvencije pobuđivanja menja raspored i intenzitet ovih oblasti. Nelovo i polarizovano stanje predstavljaju dva reprezentativna primera, dok se za druga početna stanja raspodela optimalnih regiona razlikuje.

Dalja analiza je usmerena na određivanje opsega optimalnih frekvencija. Maksimum tipa-1 praćen je prilikom postupnog menjanja frekvencije ω , pri čemu su parametri μ_0 i μ_m u svakom koraku ponovo optimizovani u odnosu na prethodni maksimum. Pri tome se ne koristi direktno funkcija prosečne vernosti (3.3), nije verodostojan pokazatelj kvaliteta oscilacija prilikom menjanja frekvencije. Problem je što ona za veće frekvencije daje veće vrednosti, zbog sve zgusnutijih oscilacija, čime ih favorizuje. Umesto nje koristi se funkcija C_l definisana kao:

$$C_l = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M [F(nlT) - F((n-1/2)lT)] \quad (3.4)$$

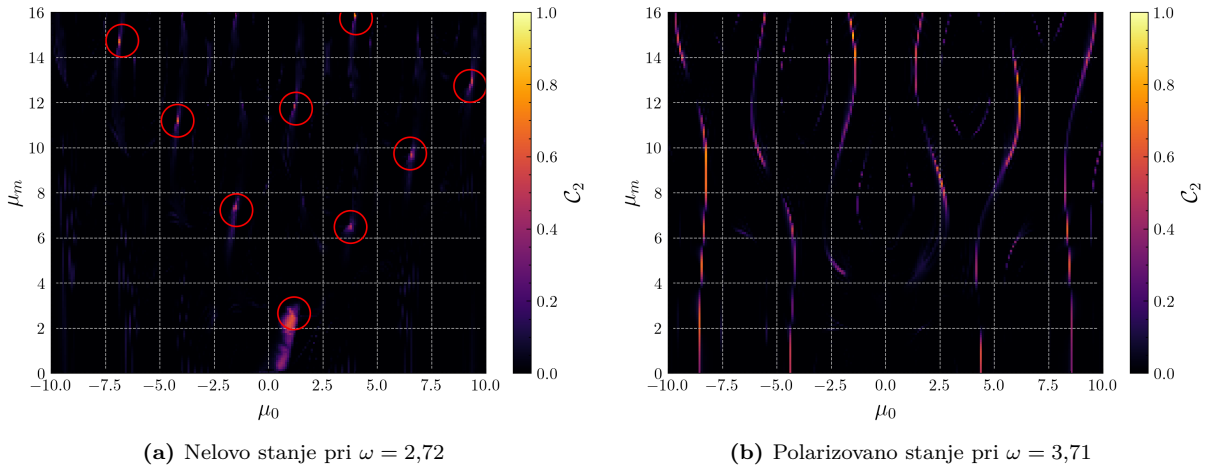
gde je T period spoljašnjeg pobuđivanja, a M broj punih oscilacija za koji računamo srednju vrednost. Celobrojni parametar l govori o redu odzivu sistema koji očekujemo. Na primer, $l = 1$ odgovara harmonijskom odzivu, dok $l = 2$ subharmonijskom. U oba slučaja biramo vrednosti tako da važi $lM = 40$. Vrednost funkcije C_l odgovara usrednjenoj razlici između vrednosti maksimuma i minimuma kvantne vernosti za prvih M perioda. Samim time daje uporedivu procenu kvaliteta oscilacija nezavisno od frekvencije. Najveća moguća vrednost je jedinica i ona odgovara savršenom oscilovanju. Ipak za pretragu parametara pri fiksiranoj frekvenciji bolje je koristiti prosečnu kvantnu vernost (3.3), kao na slikama 3.1 i 3.2, jer se time detektuju oscilacije za sve vrste odziva (harmonijski, subharmonijski i komplikovaniji slučajevi).

Na slici 3.3 prikazani su optimalni parametri μ_0 i μ_m u zavisnosti od frekvencije pobuđivanja ω , dobijeni praćenjem istog maksimuma tipa-1 koji se pri $\omega = 2,72$ nalazi unutar crvenog kruga sa najmanjom vrednosti amplitudnog hemijskog potencijala na slici 3.1. Izračunavanje je vršeno za $M = 20$ oscilacija u izrazu (3.4). Dobijeni rezultat je prikazan na slici 3.3, gde se uočava da zaista postoji opseg optimalnih frekvencija, otprilike $2,5 \leq \omega \leq 3,5$, u kojem se može dobiti izražen subharmonični odziv na periodično pobuđivanje. Taj interval je centriran oko frekvencije koja je nešto veća od dvostruke osnovne frekvencije Nelovog stanja u čistom PXP modelu $\omega \approx 2,66$. Zavisnost μ_0 i μ_m od ω je približno linearna.

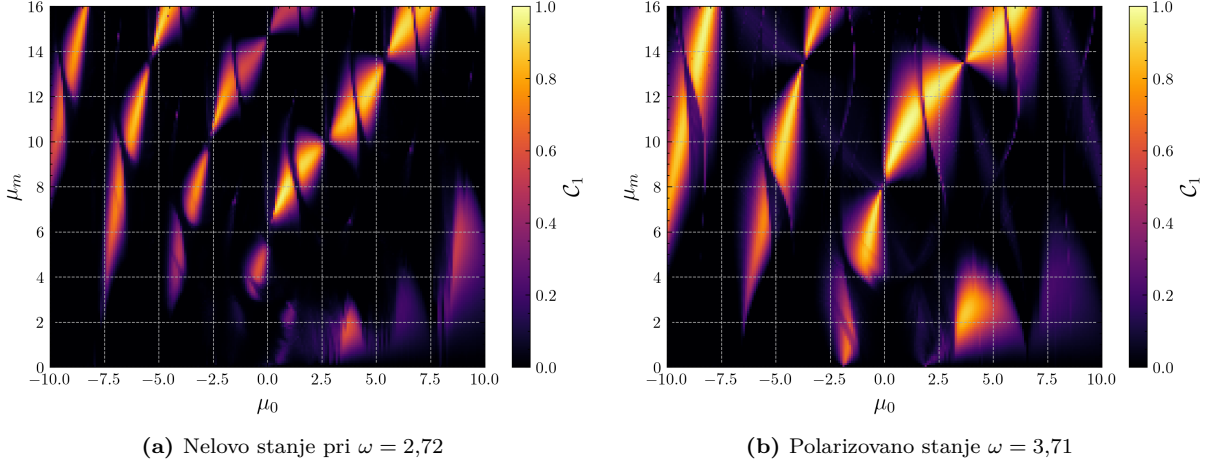


Slika 3.3: Optimalne vrednosti parametara μ_0 i μ_m u zavisnosti od frekvencije pobudivanja ω . Boja reprezentuje vrednost funkcije C_2 . Osenčeni deo označava opseg optimalnih frekvencija. Grafik dobijen za sistem u početnom Nelovom stanju i prateći njegov glavni pik tipa-1.

Pomoću funkcije C_l moguće je mapirati ceo parametarski prostor μ_0 - μ_m , analogno analizi prosečne kvantne vernosti na slikama 3.1 i 3.2. Za Nelovo stanje se očekuje dominantan subharmonijski odziv. Razlog je taj što sistem evoluirá naizmenično iz Nelovog stanja $|Z_2\rangle$ do njegovog simetričnog para $|Z_2'\rangle$, a iz njega nazad do početnog $|Z_2\rangle$. Ovo ponašanje je ranije grafički predstavljeno isprekidanim linijama na slici 1.6. Prema tome, za Nelovo stanje bi bilo zanimljivo ispitati subharmonijski odziv, slika 3.4a. Zapažaju se jarki uski maksimumi koji odgovaraju tipu-1, pri čemu se ovde mnogo lakše uočavaju nego na slici 3.1. Nasuprot tome, polarizovano stanje je jedinstveno i ispoljava uobičajeni harmonijski odziv. Zbog toga slika 3.4b ne prikazuje korisne informacije već samo razmazane linije, dok slika 3.4b gde smo računali C_1 funkciju ukazuje na pojavu pikove tipa-2. Grafik C_1 za Nelovo stanje je na slici 3.5b i takođe samo ukazuje na tip-2 oblasti.



Slika 3.4: Vrednost C_2 funkcije za iznad naznačena početna stanja i frekvencije. Za Nelovo stanje su zaokruženi isti pikovi kao na slici 3.1. Za razliku od toga, polarizovano stanje ne pokazuje nikakvo zanimljivo ponašanje. Veličina sistema je $L = 17$ i nametnuti su otvoreni granični uslovi.

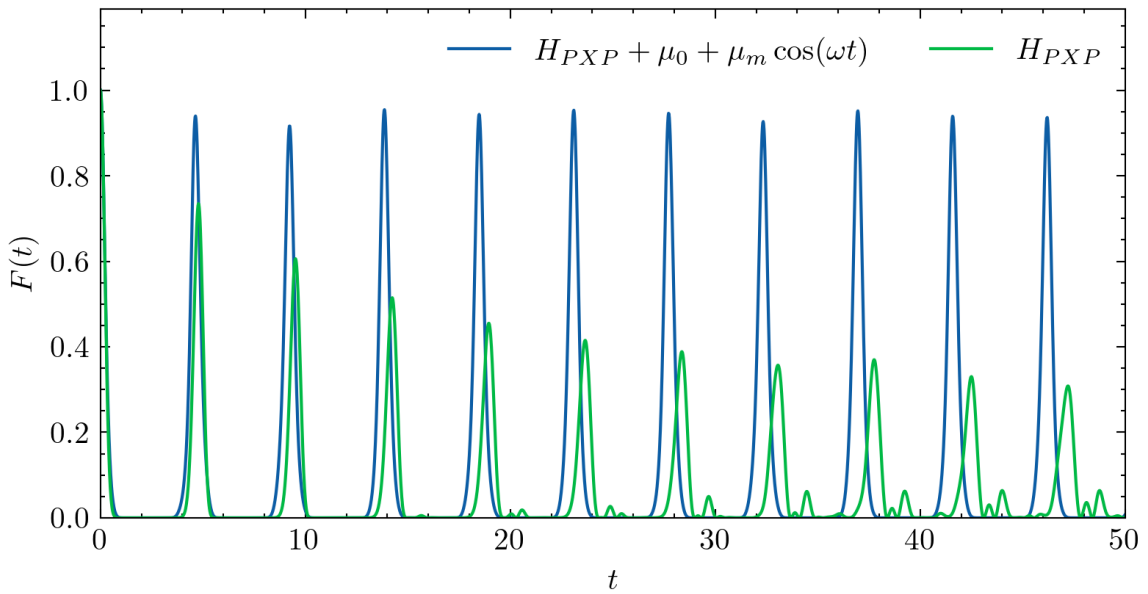


Slika 3.5: Vrednost $\mathcal{C}_1$ funkcije za iznad naznačena početna stanja i frekvencije. Veličina sistema je $L = 17$ i nametnuti su otvoreni granični uslovi.

3.2 STABILIZACIJA NELOVOG STANJA

Najbolji način da se uoči koliko periodično pobuđivanje stabilizuje ožiljke je poređenjem rezultata sa osnovnim PXP modelom (1.6). Korišćenjem procedure opisane u odeljku 3.1, pronalaze se sledeći optimalni parametri za Nelovo stanje: $\mu_0 = 1,15$, $\mu_m = 2,67$ i $\omega = 2,72$. Oni odgovaraju tip-1 maksimumu sa najmanjom amplitudom na slici 3.1.

Slika 3.6 prikazuje evoluciju kvantne vernosti za optimalne parametre navedene iznad. Na istom grafiku je nacrtana i evolucija u slučaju PXP modela bez hemijskog potencijala. Očigledno, oscilacije prilikom periodičnog pobuđivanja su poboljšane i ostaju stabilne duži vremenski period u poređenju sa slučajem bez njega. Osim toga, zapaža se da je njihova frekvencija duplo manja od frekvencije pobuđivanja. Ovo je ponovo primer subharmonijskog odziva ili dupljanja perioda.

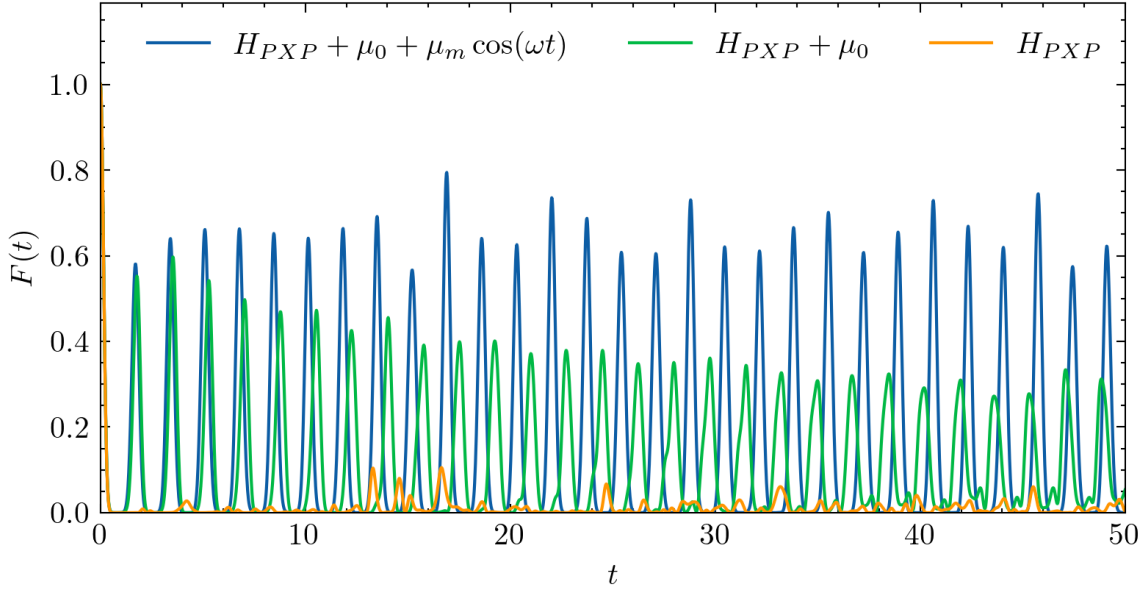


Slika 3.6: Stabilizacija Nelovog stanja pomoću periodičnog pobuđivanja ($\mu_0 = 1,15$, $\mu_m = 2,67$, $\omega = 2,72$). Prikazana je promena kvantne vernosti sa vremenom za osnovni PXP model (zelena boja) i PXP model sa vremenski periodičnim hemijskim potencijalom (plava boja).

3.3 STABILIZACIJA POLARIZOVANOG STANJA

Za stabilizaciju polarizovanog stanja uzećemo parametre korišćene u radu [25]: $\mu_0 = 1,68$, $\mu_m = -0,5$, $\omega = 3,71$. On se može videti na slikama 3.2 i 3.5b na poziciji $\mu_0 = -1,68$, $\mu_m = 0,5$, zbog ranije navedene simetrije prosečne vrednosti vernosti $\langle F(t) \rangle$ u odeljku 3.1.

Na slici 3.7 prikazana je promena kvantne vernosti sa vremenom za osnovni PXP model (žuta boja), PXP model sa konstantnim hemijskim potencijalom (zeleno boja) i PXP model sa vremenski periodičnim hemijskim potencijalom (plava boja).



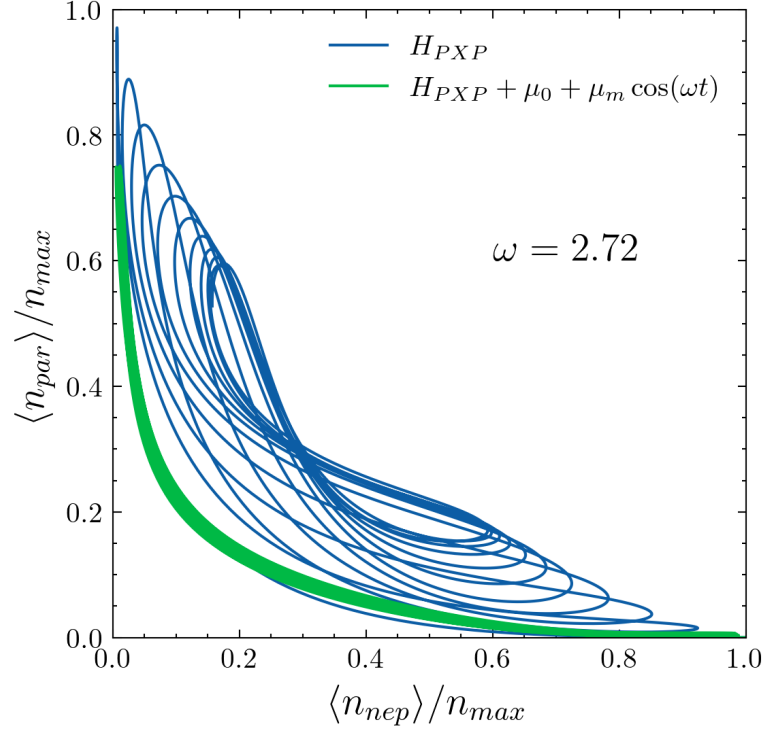
Slika 3.7: Stabilizacija polarizovanog stanja pomoću periodičnog pobuđivanja ($\mu_0 = 1,68$, $\mu_m = -0,5$, $\omega = 3,71$). Prikazana je promena kvantne vernosti sa vremenom za osnovni PXP model (žuta boja), PXP model sa konstantnim hemijskim potencijalom (zeleno boja) i PXP model sa vremenski periodičnim hemijskim potencijalom (plava boja).

3.4 TRAJEKTORIJE U HILBERTOVOM PROSTORU

Dodatni uvid u poreklo i prirodu ožiljaka u PXP modelu, kao i njihovih modifikacija pod uticajem periodičnog pobuđivanja, može se dobiti analizom trajektorija u Hilbertovom prostoru. Ideja je da se evolucija kvantnog stanja predstavi pomoću očekivanih vrednosti normalizovanog broja pobuđenja na parnim i neparnim čvorovima, označenih kao $\langle n_{nep} \rangle$ i $\langle n_{par} \rangle$. Na taj način, svako kvantno stanje sistema može se prikazati kao tačka u ravni ($\langle n_{nep} \rangle, \langle n_{par} \rangle$), dok se vremenska evolucija opisuje kao kriva u toj ravni. Pošto dva Nelova stanja imaju ekscitacije samo na jednoj podrešetki, ona na grafiku zauzimaju uglove (1, 0) i (0, 1), dok se potpuno polarizovano stanje bez pobuđenja nalazi u tački (0, 0). Zbog ograničenja usled Ridbergove blokade karakterističnog za PXP model, oblast iznad dijagonale $\langle n_{nep} \rangle = \langle n_{par} \rangle$ nije fizički dostupna.

Na slici 3.8 prikazane su trajektorije evolucije $\mathbf{Z}_2$ početnog stanja za sistem veličine $L = 22$. Plava linija odgovara evoluciji u statičkom PXP modelu ($\mu_0 = \mu_m = 0$), dok zelena linija prikazuje evoluciju u prisustvu periodičnog pobuđivanja sa optimalnim parametrima $\mu_0 = 1,15$, $\mu_m = 2,67$, $\omega = 2,72$. Bez hemijskog potencijala, trajektorija u početku osciluje od jednog do drugog Nelovog stanja i ne širi se na veliki broj stanja iz Hilbertovog prostora. Međutim, nakon nekog vremena putanja prolazi kroz sve veći broj stanja i približava se potpuno termalizovanom stanju koje se nalazi na sredini grafika. Uvođenjem periodičnog pobuđivanja, trajektorija se pretvara u pravilnu putanju između dva približno Nelova stanja. U ovom posebnom slučaju, trajektorija gotovo tačno ponavlja prvi period iz statičkog slučaja. Zbog toga se može reći da

periodično pobuđivanje sa optimalnim parametrima stabilizuje kvantne višestruke ožiljke čistog PXP modela.



Slika 3.8: Trajektorije u Hilbertovom prostoru za Nelovo stanje bez hemijskog potencijala (plava boja) i sa njim uz optimalne parametre $\mu_0 = 1,15$, $\mu_m = 2,67$, $\omega = 2,72$ (zeleni boja). Rezultati dobijeni za $L = 22$, $t \in [0, 50]$ i periodične granične uslove.

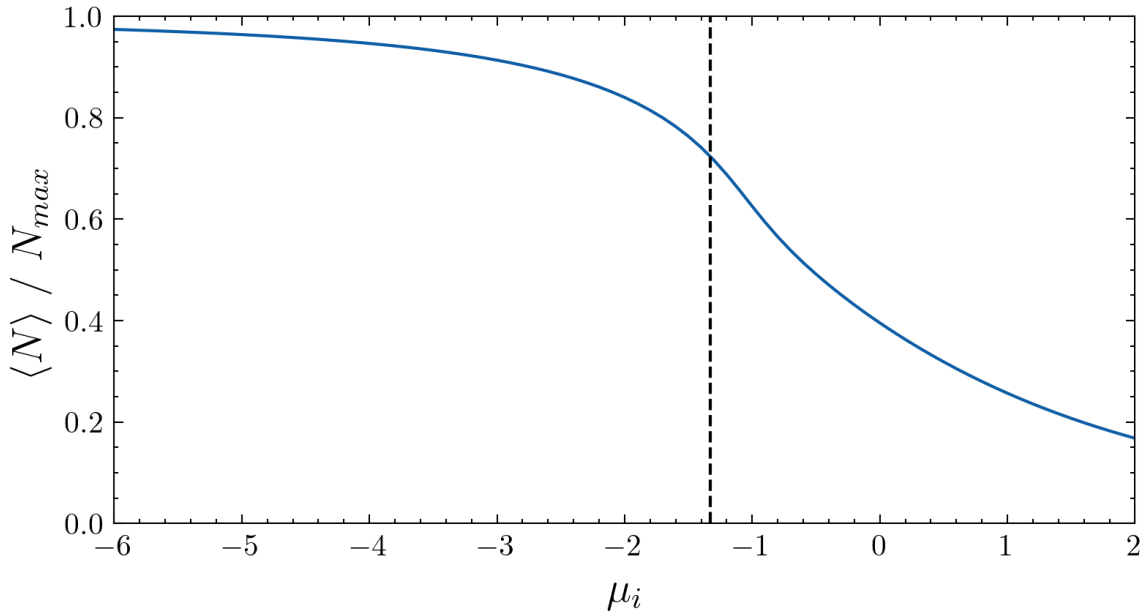
Trajektorije su odličan indikator uspešne stabilizacije, to jest pronalaska optimalnih parametara. U dodatku B su za Nelovo stanje prikazane trajektorije za različite vrednosti učestalosti ω . Njihovom analizom se potvrđuje ispravnost, u sekciji 3.2 korišćene, optimalne vrednosti $\omega \approx 2,7$.

GLAVA 4

OPTIMALNI PARAMETRI ZA KONTINUALNU FAMILIJU POČETNIH STANJA

U prošlom poglavlju je pokazano da periodično pobuđivanje sa optimalnim parametrima odlično stabilizuje Nelovo i polarizovano stanje. O njegovom uticaju na druge konfiguracije se malo toga zna. Naša ideja je da istražimo primenu takvog pobuđivanja na kontinualnu familiju početnih stanja koja se prostire u oblastima (1) i (2) na dinamičkom faznom dijagramu na slici 2.4 u sekciji 2.3. Ona su zapravo osnovna stanja PXP Hamiltonijana sa konstantnim hemijskim potencijalom (2.1) za određenu vrednost μ_i , kojom se skraćeno označavaju. Njihova važna osobina je da za velike negativne vrednosti μ_i su približno jednaka Nelovom stanju. U suprotnom za velike pozitivne vrednosti se približavaju polarizovanom stanju. U slučaju malih vrednosti μ_i ne može se lako reći nešto više o početnom stanju. Od posebnog interesa su stanja u blizini kvantnog faznog prelaza na kritičnoj vrednosti $\mu_c = -1,31$, za koja se očekuje da imaju visoku entropiju spletenosti, odnosno komplikovaniju strukturu.

Navedene činjenice se prikazuju na grafiku zavisnosti (normalizovane) očekivane vrednosti broja pobuđenja $\langle N \rangle / N_{max}$ od početnih stanja, slika 4.1. Ovde je N_{max} maksimalni dozvoljeni broj ekscitacija u PXP modelu, tj. $N_{max} = L/2$ za paran i $N_{max} = (L + 1)/2$ za neparan broj atoma L . Samo za Nelova stanja je $\langle N \rangle / N_{max} = 1$, a za polarizovano nula. Stanja pre faznog prelaza su vrlo slična sa $|\mathbf{Z}_2\rangle$, što se da primetiti na slici 4.1 kao očekivana vrednost koja se nije mnogo udaljila od jedinice. Drugim rečima, ta stanja su superpozicije konfiguracija sa mnogo ekscitacija. Na osnovu toga bi se moglo očekivati i slične vrednosti parametara potrebnih za stabilizaciju poput onih za $|\mathbf{Z}_2\rangle$. Za stanja nakon faznog prelaza, kriva sa slike 4.1 brzo opada i približava se nuli.

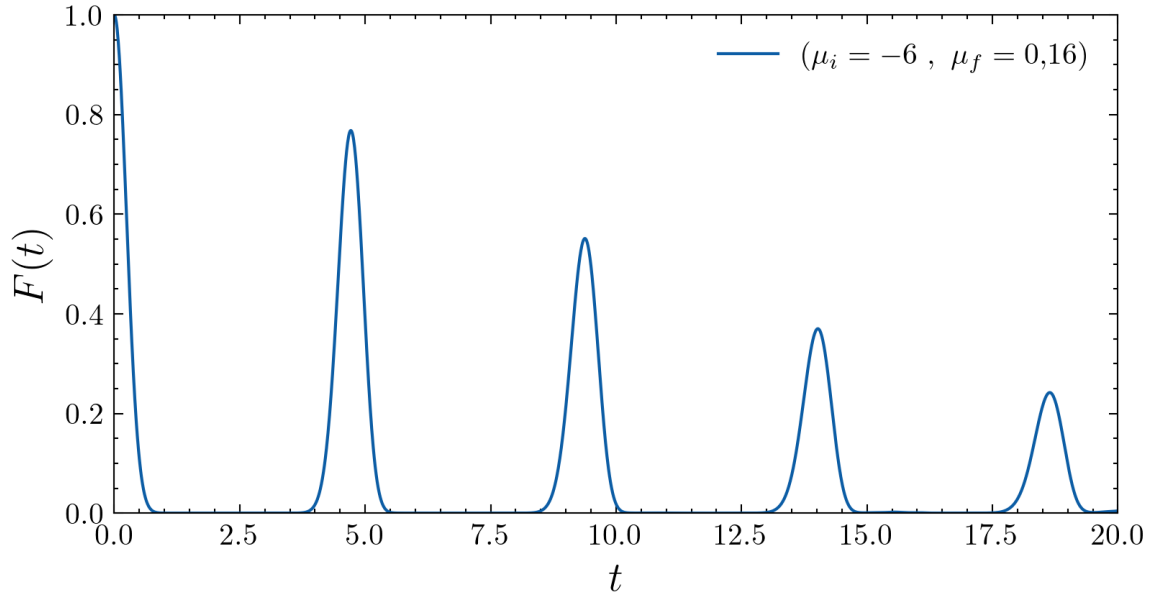


Slika 4.1: Grafik zavisnosti očekivanog broja pobuđenja od početnog stanja. Stanja pre faznog prelaza su bliska Nelovom stanju. Isprekidana linija označava fazni prelaz na $\mu_c = -1,31$ Grafik je dobijen za veličinu sistema $L = 17$ i otvorene granične uslove.

4.1 PROCEDURA NALAŽENJA OPTIMALNIH PARAMETARA

Postupak korišćen u ovom radu za određivanje optimalnih parametara se u dobrom delu oslanja na proceduru predstavljenu u 3.1 za Nelovo stanje. Potrebno je pronaći vrednosti tri parametra (μ_0 , μ_m i ω) sa dovoljno dobrom preciznošću. Izabrano je da svi budu određeni na dve decimale. Isprobavanje svih mogućih kombinacija nije moguće zbog računarskih ograničenja, pa je potrebno osmisliti neki brži algoritam.

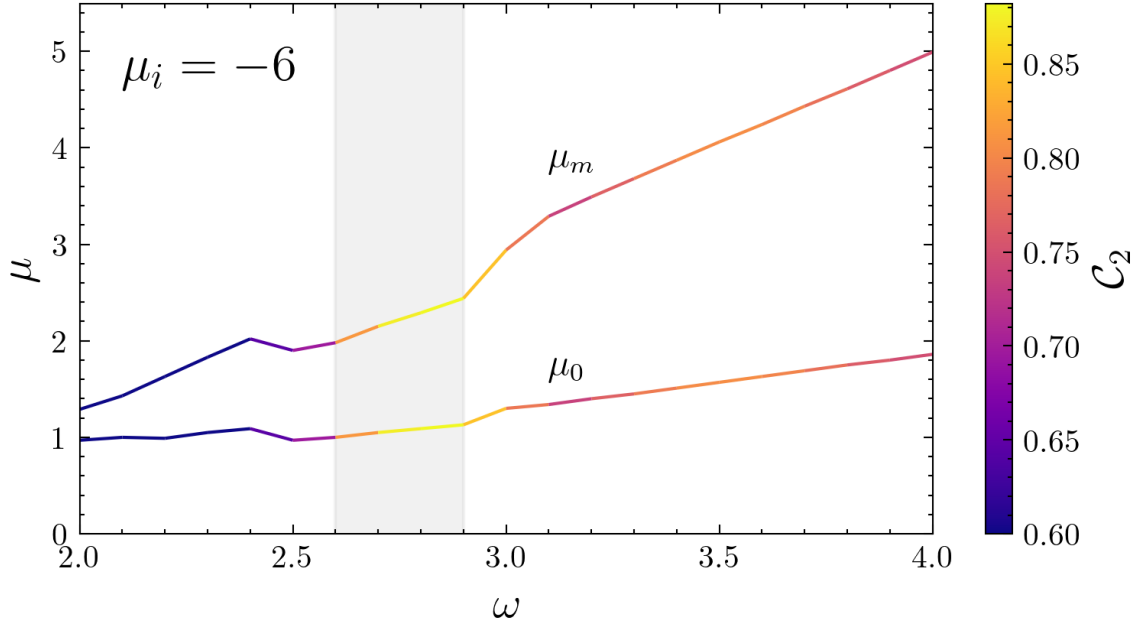
Navešćemo proceduru za primer početnog stanja $\mu = -6$, odnosno osnovnog stanja Hamiltonijana (2.1) za $\mu = -6$. Prvi korak je procena optimalne frekvencije pobuđivanja. Pretpostavlja se da se ona nalazi u okolini vrednosti ω_{stat} učestalosti povrata početnog stanja u statičkom slučaju ($\mu_m = 0$). Otuda računamo grafik promene kvantne vernosti u tom režimu, prikazan na slici 4.2. Vrednosti ovih statičkih hemijskih potencijala smo ranije odredili i prikazali na slici 2.5.



Slika 4.2: Grafik promene kvantne vernosti u toku vremena za početno stanje $\mu_i = -6$ evoluirano pomoću Hamiltonijana sa konstantnim hemijskim potencijalom $H(\mu_f = 0.16)$. Nametnuti su otvoreni granični uslovi i $L = 17$.

Period oscilovanja na 4.2 je gotovo isti kao za Nelovo stanje $T \approx 4,70$ ($\omega_{stat} \approx 1,33$). Kako očekujemo subharmonijski odziv, zaključujemo da optimalnu frekvenciju treba tražiti u blizini $\omega = 2\omega_{stat} \approx 2,66$. Subharmonijski odziv je zagarantovan jer je odabrana neparna veličina sistema $L = 17$ i otvoreni granični uslovi, iz čega sledi da osnovno stanje nije dvostruko degenerisano, i približno je jednako $|\bullet \circ \bullet \cdots \circ \bullet\rangle$, a ne superpoziciji dva Nelova stanja kao kod sistema sa parnim L i periodičnim graničnim uslovima.

Nakon toga je moguć početak ispitivanja različitih vrednosti frekvencija. Potrebno je odabrati pik koji će biti praćen i određivani optimalni hemijski potencijali sa menjanjem ω . Primer grafika za maksimum tipa-1 sa najmanjim μ_m je na slici 4.3. Ispitivane frekvencije se uzimaju sa korakom 0,1, kako bi se našla optimalne vrednosti sa tačnošću na prvoj decimali.



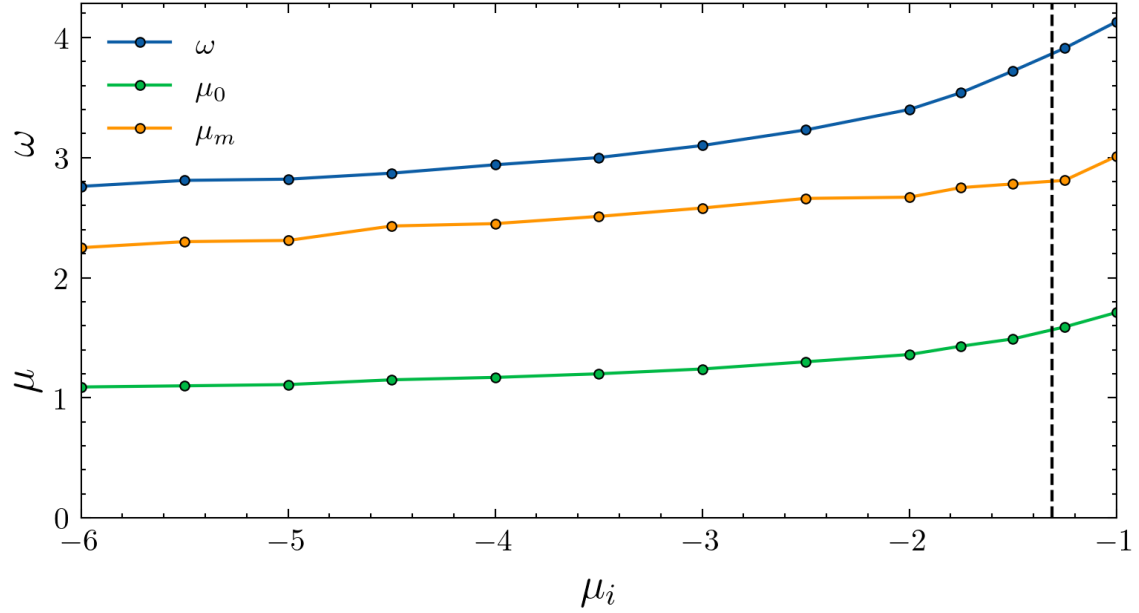
Slika 4.3: Optimalne vrednosti parametara μ_0 i μ_m u zavisnosti od frekvencije pobuđivanja ω . Početno stanje je izabrano da bude osnovno stanje PXP Hamiltonijana sa konstantnim hemijskim potencijalom $H_{PXP}(\mu_i)$ za vrednost $\mu_i = -6$. Praćen je maksimum tipa-1 sa najmanjim μ_m . Boja reprezentuje vrednost funkcije $\mathcal{C}_2$, dok osenčeni deo opseg optimalnih frekvencija. Grafik dobijen za $L = 17$ i otvorene granične uslove

Sa slike 4.3 se vidi da najveću vrednost daje $\omega = 2,7$. Kako bismo odredili drugu decimalu optimalne frekvencije ponavljamo isti postupak za ω iz okoline 2,7. Time se dobija sličan grafik kao 4.3 sa kojeg se očitavaju parametri koji daju maksimalno $\mathcal{C}_2$. Za svako sledeće stanje je identična procedura, uz jedan olakšavajući faktor. Optimalni parametri bliskih stanja su najverovatnije slični, zbog čega se može smanjiti opseg ispitivanih frekvencija u prvom pretraživanju. Idealno bi bilo da optimalna vrednost bude u sredini ispitivanog intervala, čime se osigurava da ni više ni niže frekvencije ne daju bolje rezultate.

Za kraj je moguće dobijene parametre optimizovati za duže vremenske periode. Proračuni $\mathcal{C}_2$ su rađeni za 20 punih oscilacija što odgovara krajnjem trenutku $t \approx 100$ za optimalnu učestalost Nelovog stanja ($\omega_{neel} = 2,72$). Više kombinacija u okolini optimalne za ovaj vremenski period vodi do vrlo sličnog kvaliteta oscilovanja to jest vrednosti funkcije $\mathcal{C}_2$. Zato produžujemo vremenski interval deset puta i za taj slučaj pronalazimo nove optimalne parametre. Problem je zahtevnost ovakvog računa, posebno njegovo trajanje, pa je moguće proveriti mali broj kombinacije parametara uključujući prvobitnu optimalnu i kombinacije iz njegovog užeg okruženja.

4.2 OPTIMALNI PARAMETRI

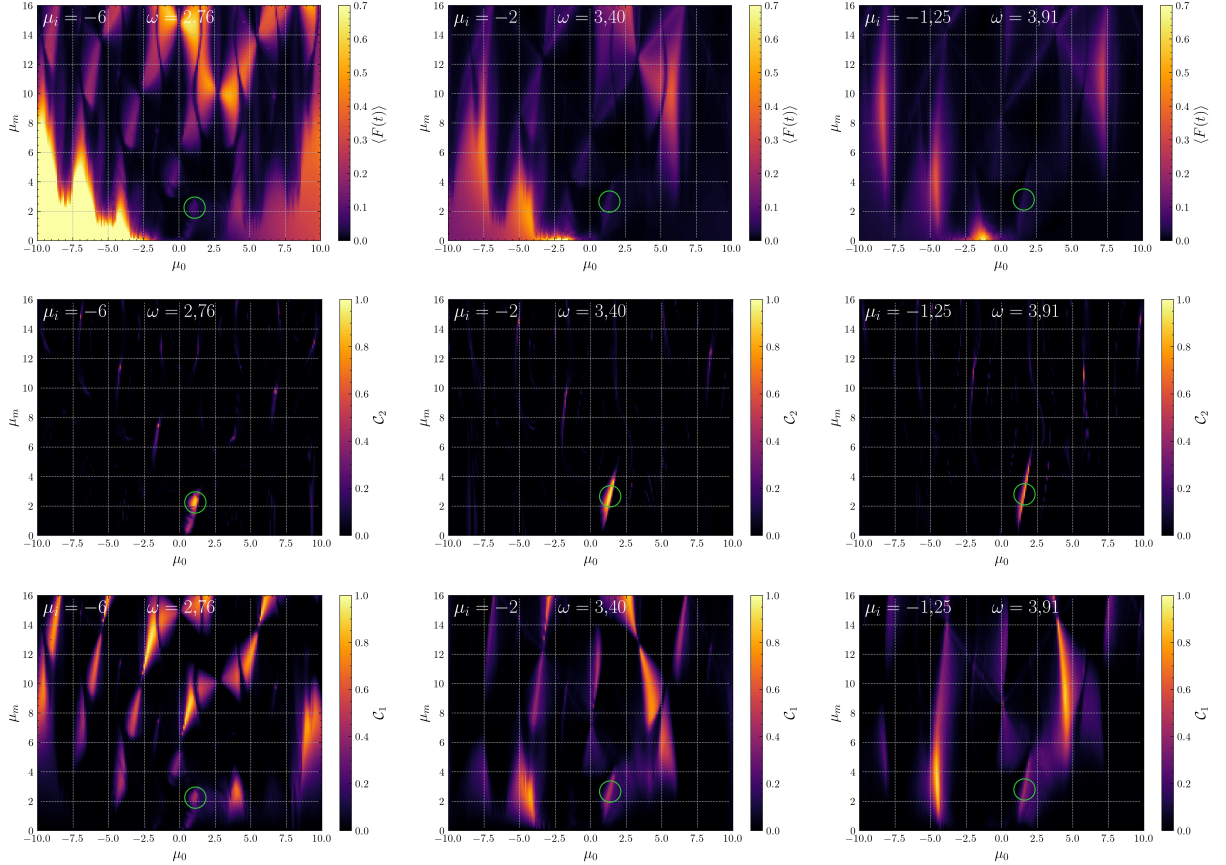
Primenom procedure iz 4.1, određujemo optimalne parametre za stanja koja odgovaraju μ_i iz intervala od -6 do -1 . Grafički prikaz rezultata je dat na slici 4.4. Plavom bojom je označen grafik frekvencije periodičnog pobuđenja ω , žutom amplitudni hemijski potencijal μ_m , a zelenom statički hemijski potencijal μ_0 . Isprekidana crna linija predstavlja fazni prelaz na $\mu_i = -1,31$. Ovaj rezultat ukazuje na to da nema nagle promene optimalnih parametara na faznom prelazu, već se njihove vrednosti kontinualno menjaju sa promenom hemijskog potencijala.



Slika 4.4: Promena optimalnih parametara pri menjanju početnih stanja. Plavom bojom je označen grafik frekvencije periodičnog pobuđenja ω , žutom amplitudni hemijski potencijal μ_m , a zelenom statički hemijski potencijal μ_0 . Isprekidana crna linija predstavlja fazni prelaz $\mu_c = -1,31$. Rezultati su dobijeni za otvorene granične uslove i $L = 17$.

4.3 PROMENA OPTIMALNIH PARAMETARA SA PRELASKOM FAZNOG PRELAZA

Detaljnije analiziramo šta se dešava sa optimalnim parametrima pri promeni početnog stanja, odnosno hemijskog potencijala. Biramo tri reprezentativna slučaja, jedan daleko od faznog prelaza ($\mu_i = -6$) i dva u njegovoj blizini, od kojih je jedan sa leve strane ($\mu_i = -2$), a drugi sa desne ($\mu_i = -1,25$). Za njih se računaju grafici prosečne kvantne vernosti, kao i funkcija $\mathcal{C}_1$ i $\mathcal{C}_2$, prikazanih na slici 4.5. Zelenim krugovima su uokvireni posmatrani maksimumi. Primećuje se izduživanje i sužavanje pika sa udaljavanjem početnog stanja od Nelovog. Pored toga i visina pikova opada.

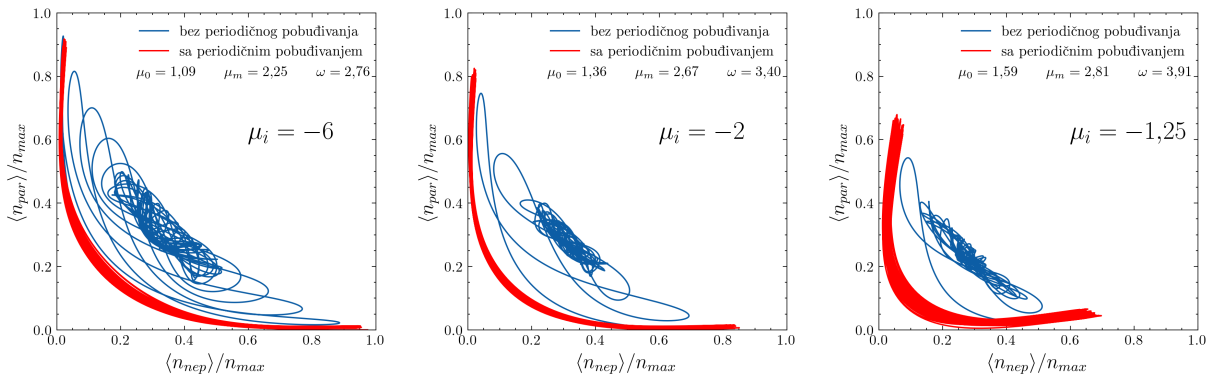


Slika 4.5: Prvi red prikazuje prosečnu kvantnu vernost, drugi red vrednost $\mathcal{C}_2$ funkcije, a treći $\mathcal{C}_1$. Prva kolona predstavlja stanje daleko od faznog prelaza ($\mu_i = -6$ i $\omega = 2,76$), druga stanje sa leve strane faznog prelaza ($\mu_i = -2$ i $\omega = 3,40$), a treća stanje sa desne strane ($\mu_i = -1,25$ i $\omega = 3,91$). Zelenim krugovima su uokvireni posmatrani maksimumi. Rezultati su dobijeni za sistem od $L = 17$ atoma i otvorene granične uslove.

Na graficima sa slike 4.5, posebno u srednjem redu za posmatrane vrednosti $\mathcal{C}_2$ se uočavaju i drugi maksimumi tipa-1. Oni pokazuju slično ponašanje kao i naš posmatrani pik, ali njihovo detaljnije ispitivanje ostavljamo za budući rad. Grafici svih ispitivanih stanja se mogu pronaći u dodatku C.

4.4 PROMENA TRAJEKTORIJA U HILBERTOVOM PROSTORU SA PROMENOM STANJA

Posmatramo i uticaj promene stanja na trajektorije u Hilbertovom prostoru. Izdvojili smo ista tri stanja $\mu_i = -6, -2, -1,25$, kao u 4.3. Izračunate su trajektorije u prisustvu optimalnog periodičnog pobuđenja (korišćeni parametri iz 4.2), kao i u slučaju bez njega. Dobijeni grafici su prikazani na slici 4.6, gde su crvenom bojom označene trajektorije pri optimalnom pobuđivanju, a plavom bez njega. Plave krive prolaze kroz veći broj stanja i nakon nekog vremena stižu do ravnotežne konfiguracije. Za razliku od toga, crvene krive opisuju istu periodičnu putanju, odnosno prkose termalizaciji. Slika 4.6 je jasan pokazatelj uspešne stabilizacije posmatranih stanja. Grafici trajektorija svih ispitivanih stanja se mogu pronaći u dodatku C.4.



Slika 4.6: Trajektorije u Hilbertovom prostoru za stanja okarakterisanih vrednostima hemijskog potencijala $\mu_i = -6, -2, -1,25$. Prikazan je slučaj bez periodičnog pobuđivanja (plava boja) i u prisustvu istog (crvena boja). Evolucija je računata za vremenski interval $t \in [0, 100]$ uz nametnute otvorene granične uslove i $L = 17$.

ZAKLJUČAK

U ovoj tezi smo ponovili najvažnije numeričke rezultate i opisali dosadašnja saznanja vezana za fenomen kvantnih višestetičnih ožiljaka u PXP modelu. Takođe smo prikazali i originalne rezultate koji su potvrdili mogućnost stabilizacije nedavno otkrivene kontinualne famije stanja sa kvantnim ožiljcima pomoću periodičnog pobuđivanja.

U Glavi 1 opisali smo dobro poznati PXP model, koji predstavlja odličnu aproksimaciju za nizove Ridbergovih atoma u režimu jake interakcije, odnosno Ridbergove blokade na najbližim susedima koja sprečava pojavu susednih ekscitacija. Ovaj jednostavni model sa bogatom fenomenologijom predstavlja paradigmatični model za kvantne višestetične ožiljke, zbog čega je poslednjih godina ispitivan u velikom broju numeričkih i eksperimentalnih studija.

U Glavi 2 prikazali smo kakve efekte na PXP model ima dodatak hemijskog potencijala, što se u eksperimentima može postići uvođenjem laserskog razdešavanja (eng. *detuning*). Zavisno od vrednosti hemijskog potencijala, ova perturbacija može da ukloni efekat ožiljaka za antiferomagnetno Nelovo stanje, ali i da stvori ožiljke kod potpuno polarizovanog stanja gde su svi atomi u osnovnom stanju. Iako je do nedavno verovano da samo mali broj jednostavnih početnih stanja ispoljava efekat ožiljaka u PXP modelu, skorašnja numerička studija mapirala je dinamički fazni dijagram PXP modela sa hemijskim potencijalom i pokazala da zapravo postoji čitava kontinualna familija stanja sa ožiljcima. Ova stanja su osnovna stanja Hamiltonijana sa potencijalom μ_i , a nakon nagle promene potencijala na određenu vrednost μ_f ispoljavaju oscilacije kvantne vernosti i lokalnih opservabli, što se može povezati sa prisustvom kvantnih višestetičnih ožiljaka. Novootkrivena familija stanja se prostire sa obe strane kvantnog faznog prelaza Izingovog tipa do koga dolazi na kritičnoj vrednosti hemijskog potencijala $\mu_c = -1.31$, što je u suprotnosti sa ranijim očekivanjima.

U Glavi 3 objasnili smo kako primena periodičnog pobuđivanja, odnosno periodične modulacije hemijskog potencijala, može da dovede do stabilizacije i pojačanja efekta ožiljaka. Ova metoda je prvi put primenjena u eksperimentima na nizovima Ridbergovih atoma, a fenomen je do sada ispitivan samo za mali broj jednostavnih početnih stanja, koja se sva mogu zapisati kao tenzorski proizvodi stanja pojedinačnih atoma, kao što su na primer Nelovo i polarizovano stanje. Efekat se javlja samo pri određenim kombinacijama optimalnih parametara pobuđivanja, kao što su frekvencija ω , amplituda oscilacija μ_m i statički deo hemijskog potencijala μ_0 . U ovoj glavi smo prikazali kako se optimalni parametri mogu pronaći numeričkim pretraživanjem prostora parametara u potrazi za režimima sa jakim i dugotrajnim oscilacijama kvantne vernosti i gustine ekscitacija.

U Glavi 4 primenili smo metode iz Glave 3 na kontinualnu familiju stanja sa ožiljcima iz Glave 2. Ovo su originalni rezultati koji do sada nisu objavljeni. Pronašli smo optimalne parametre periodičnog pobuđivanja (μ_0 , μ_m , ω) za stabilizaciju stanja sa obe strane kvantnog faznog prelaza. Time smo dokazali da se ranije poznate medote mogu primeniti i na kompikovanja početna stanja, uključujući i ona u režimu faznog prelaza koja imaju značajnu entropiju spletenosti (eng. *entanglement entropy*). Takođe smo ispitivali zavisnost optimalnih parametara od hemijskog potencijala početnog stanja μ_i , a dobijeni rezultati ukazuju na to da ne dolazi do njihove nagle promene pri prelazu kritične vrednosti hemijskog potencijala, odnosno kvantnog faznog prelaza. Kao početna tačka, uzeti su ranije poznati optimalni parametri za Nelovo stanje, koje je osnovno stanje sistema za slučaj $\mu_i \rightarrow -\infty$. Takođe su vizuelizovane trajektorije stanja u Hilbertovom prostoru i upoređivani su slučajevi sa i bez optimalnog periodičnog pobuđivanja.

U Dodatku A pojašnjen je efikasni Krilov metod, koji je u ovoj tezi korišćen za numeričke simulacije dinamike. Trajektorije u Hilbertovom prostoru za Nelovo stanje sa različitim frekvenci-

jama pobuđivanja prikazane su u Dodatku B. Dodatni numerički rezultati za veliki broj različitih vrednosti hemijskog potencijala dati su u Dodatku C.

Novi rezultati prikazani u ovoj tezi mogu biti od značaja za stabilizaciju i ispitivanje stanja sa kvantnim višestručnim ožiljcima u budućim eksperimentima. PXP model sa vremenski zavisnim hemijskim potencijalom može se realizovati na različitim eksperimentalnim platformama, uključujući nizove Ridbergovih atoma [28] i Boze-Habard kvantne simulatore [25]. Ovi rezultati takođe mogu služiti i kao osnova za buduća teorijska ispitivanja. Mogući pravci daljih istraživanja uključuju ispitivanje drugih režima sa optimalnim pobuđivanjem u PXP modelu, na primer počevši od drugih optimalnih parametara za Nelovo stanje, za koje je poznato da imaju komplikovanije trajektorije u Hilbertovom prostoru [20], ili od optimalnih parametara za polarizovano stanje [25], koje je osnovno stanje sistema u limitu $\mu_i \rightarrow \infty$ i nalazi se sa suprotne strane kvantnog faznog prelaza. Pored jednodimenzionog PXP modela koji je ispitivan u ovoj tezi, slične metode se mogu primeniti i na generalizacije ovog modela, kao što je PXP model u dve ili više dimenzija [29], gde postoji veliki izbor geometrija sistema sa različitim prostornim simetrijama, ili takozvane $P^\alpha X P^\alpha$ modele [30] koji takođe ispoljavaju kvantne ožiljke, a opisuju Ridbergove atome u režimu jakih dugodometnih interakcija.

DODATAK A

KRILOV METOD

Prva numerička metoda korišćena u ovom radu jeste egzaktna dijagonalizacija. Ovim postupkom dobijaju se sve svojstvene vrednosti i vektori date matrice, čime se obezbeđuje maksimalna tačnost rezultata uz minimalnu numeričku grešku. Međutim, ovakav pristup poseduje nekoliko značajnih ograničenja. Najvažniji je izuzetna računaska zahtevnost, zbog čega je praktična primena egzaktna dijagonalizacije ograničena na sisteme relativno malih dimenzija. Problem je u eksponencijalnom rastu Hilbertovog prostora sa brojem čestica, iz čega proizilazi eksponencijalno povećanje vremena izvršenja koda i potrošnje memorije.

Dodatni nedostatak je neprimenjivost metode na vremenski zavisne Hamiltonijane za koje nisu dobro definisane svojstvene vrednosti i vektori. Ovo ključan problem jer smo posebno zainteresovani za praćenje evolucije stanja primenom vremenski periodičnog pobuđivanja. Kao pogodno rešenje primenili smo Krilov metod, koji omogućava efikasno numeričko rešavanje Šredingerove jednačine. Ideja metode zasniva se na diskretizaciji vremenskog intervala na male korake, u okviru kojih se evolucioni operator aproksimira njegovim Tejlоровim razvojem. Ključan korak pri implementaciji jeste odabir optimalne dužine vremenskog koraka dt . Ukoliko je korak prevelik, aproksimacija postaje netačna i rezultati se značajno razlikuju od egzaktnih; naprotiv tome, previše mali korak vodi ka nepotrebno dugom vremenu računanja. Vrednost koja se pokazala optimalnom i koja je korišćena u celom radu jeste $dt = 0,02$.

U svakom vremenskom koraku izračuna se evolucija stanja tako što se rezultat iz prethodnog koraka koristi kao početno stanje sledećeg, pa zatim taj rezultat za početak njemu sledećeg koraka i tako sve do željenog krajnjeg vremenskog trenutka. Kako su koraci mali, evolucioni operator se može aproksimirati Tejlоровim razvojem:

$$e^{-iHt} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-itH)^n}{n!} = \mathbb{1} - itH - \frac{(tH)^2}{2} + \frac{i(tH)^3}{6} + \frac{(tH)^4}{24} - \frac{i(tH)^5}{120} + \dots \quad (\text{A.1})$$

Za praktičnu primenu, ostaje pitanje gde se zaustaviti u razvoju, tj. koliko je članova dovoljno uključiti za zadovoljavajuću tačnost rezultata. Prekidanje reda dovodi do toga da evoluirani vektor više nije tačno normiran. Pošto članovi u izrazu (A.1) naizmenično menjaju znak, norma traženog vektora će oscilovati iznad i ispod jedinice, u zavisnosti od mesta presecanja reda. Kao kriterijum konvergencije postavljen je uslov da odstupanje norme od jedinice ne prelazi $\pm 10^{-5}$:

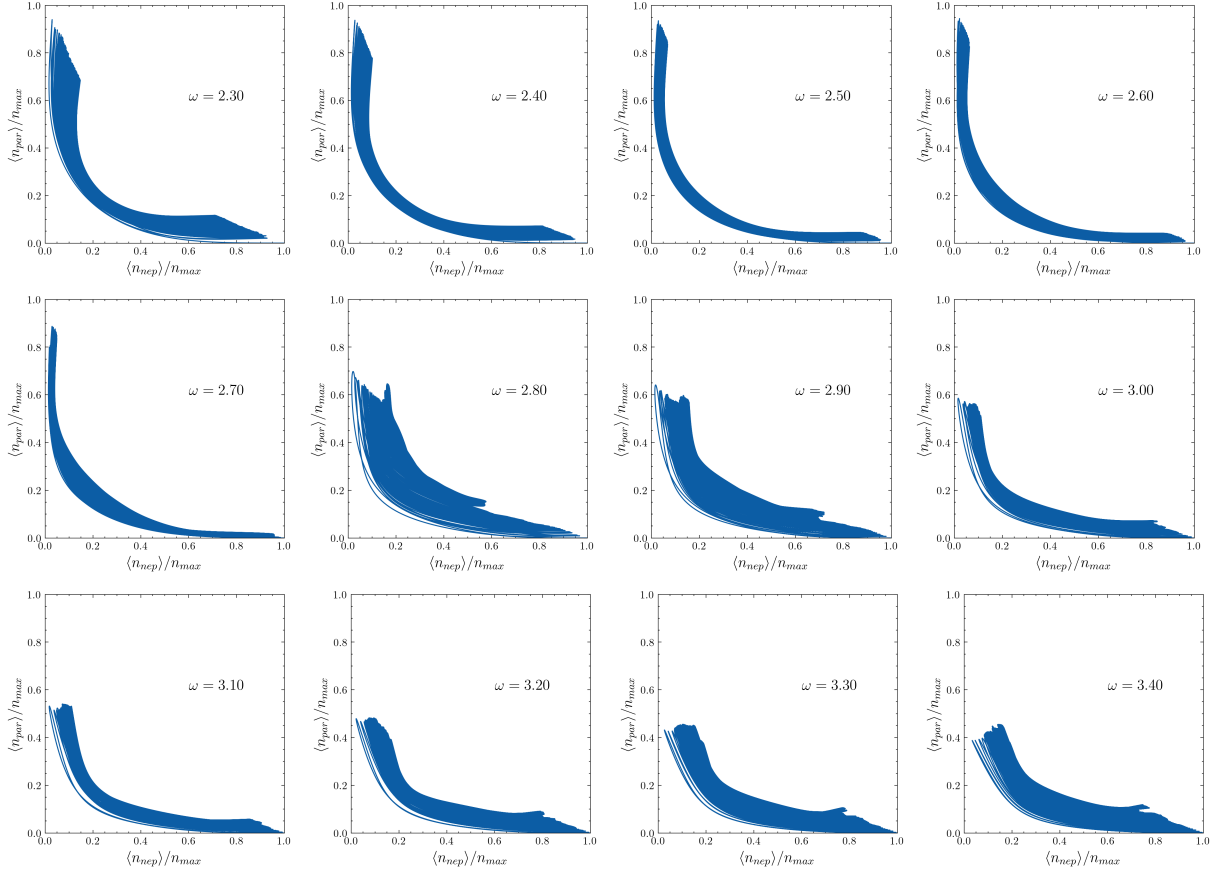
$$-10^{-5} \leq \|\psi\| - 1 \leq 10^{-5}. \quad (\text{A.2})$$

Pored toga, uvedeno je i ograničenje na maksimalni broj članova u razvoju, postavljen na $n_{max} = 50$, čime se sprečava prekomerno trošenje vremena u pojedinačnim koracima. Na kraju svakog koraka se dobijeni vektor normira na jedinicu.

DODATAK B

ZAVISNOST OBLIKA TRAJEKTORIJA U HILBERTOVOM PROSTORU OD FREKVENCIJE

Na slikama ispod su prikazane trajektorije u Hilbertovom prostoru za Nelovo stanje za dug vremenski period od $t = 0$ do $t = 1000$ pri različitim frekvencijama pobuđivanja, pri čemu su za svaku određeni i primenjeni optimalni hemijski potencijali. Rezultati su dobijeni za niz od $L = 17$ atoma pri nametnutim otvorenim graničnim uslovima.

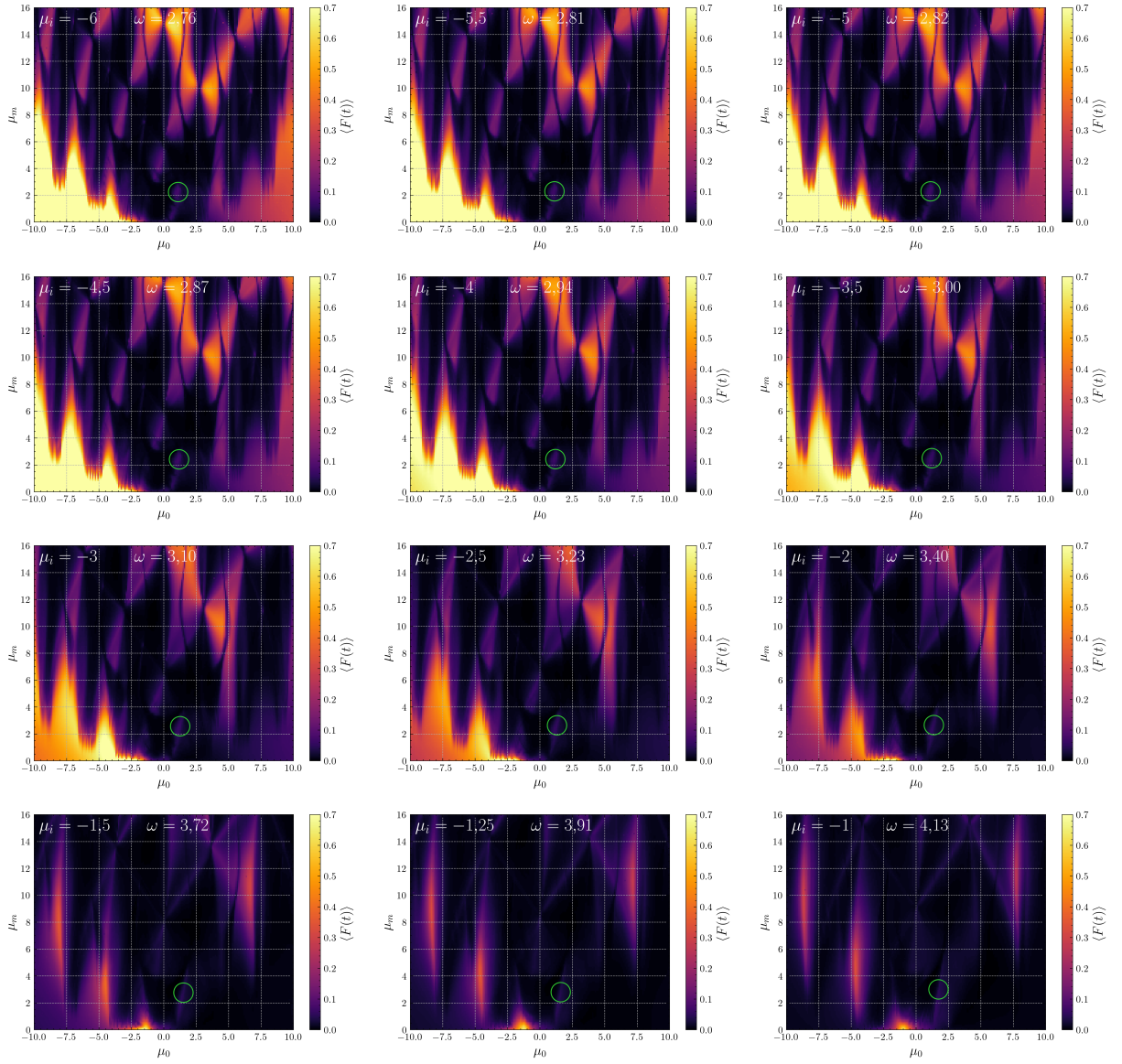


DODATAK C

GRAFICI SVIH ISPITIVANIH STANJA

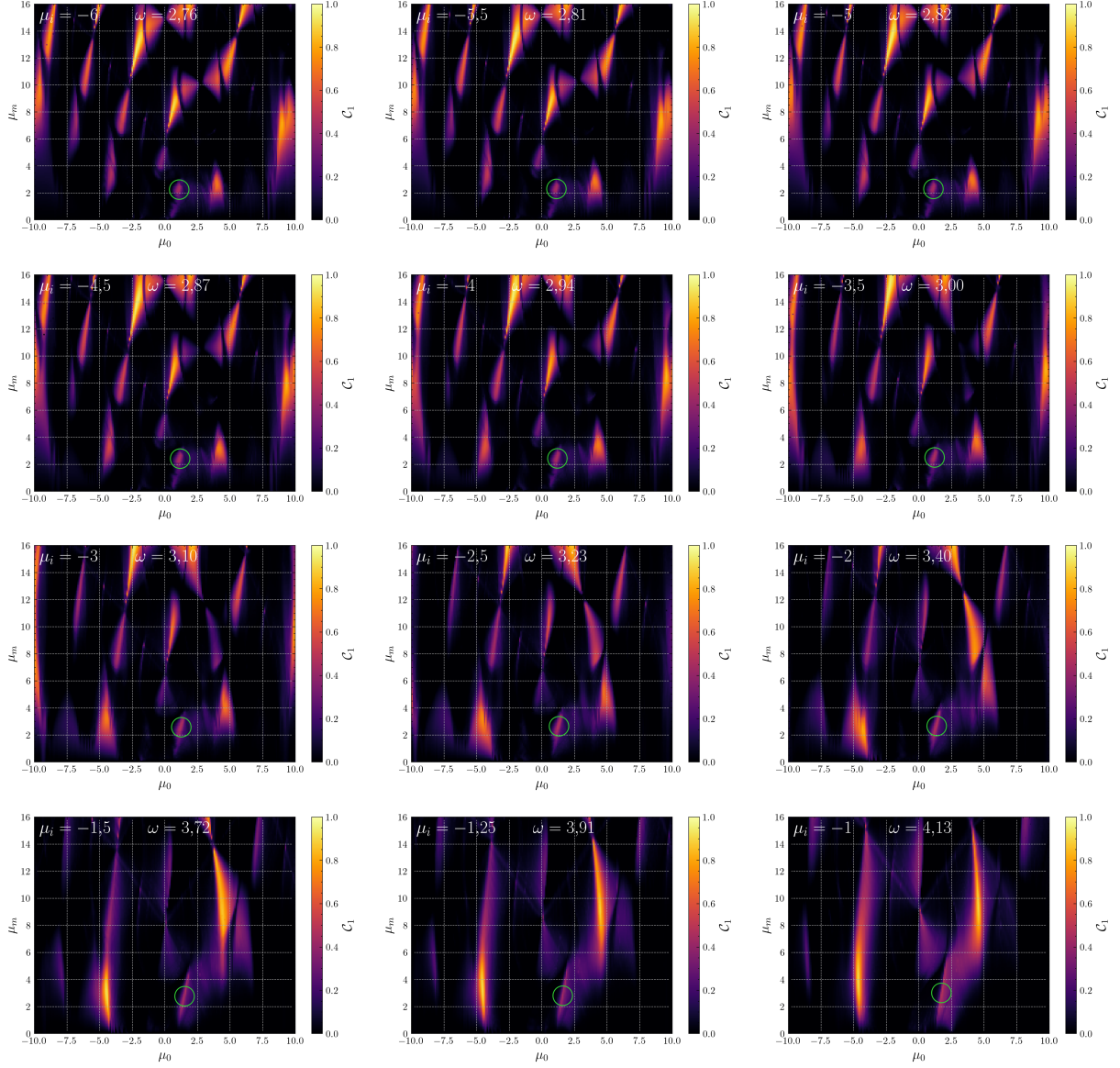
C.1 GRAFICI KVANTNE VERNOSTI

Grafici zavisnosti funkcije prosečne vrednosti kvantne vernosti $\langle F(t) \rangle$ od statičkog i amplitudnog hemijskog potencijala pri konstantnoj optimalnoj frekvenciji za osnovna stanja Hamiltonijana $H(\mu_i)$ (2.1) sa hemijskim potencijalom iz intervala $\mu_i \in [-6, -1]$, poređanih sa leva na desno. Rezultati su dobijeni za niz od $L = 17$ atoma pri nametnutim otvorenim graničnim uslovima.



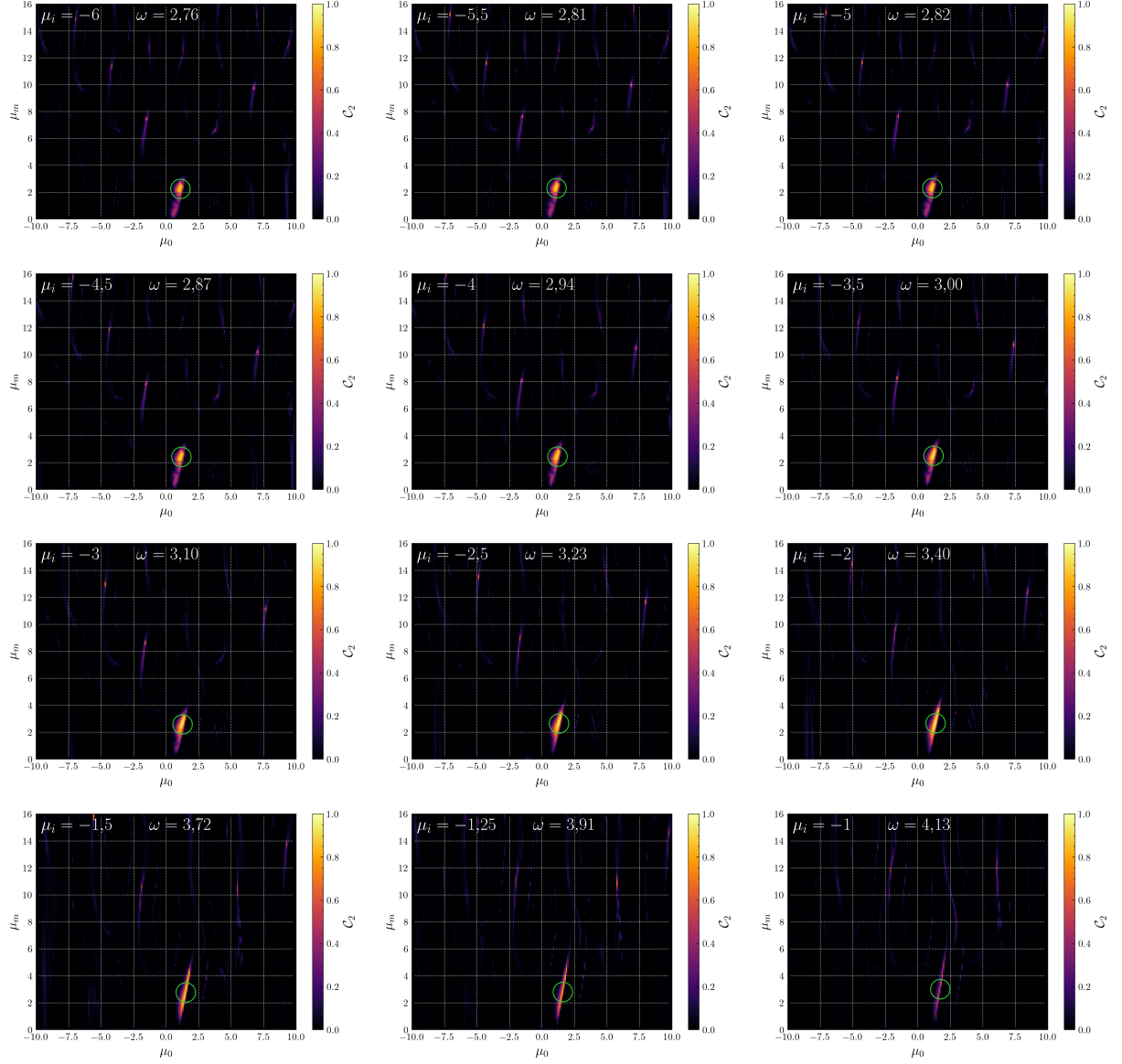
C.2 GRAFICI $\mathcal{C}_1$ FUNKCIJE

Grafici zavisnosti funkcije $\mathcal{C}_1$ od statičkog i amplitudnog hemijskog potencijala pri konstantnoj optimalnoj frekvenciji za osnovna stanja Hamiltonijana $H(\mu_i)$ (2.1) sa hemijskim potencijalom iz intervala $\mu_i \in [-6, -1]$, poredanih sa leva na desno. Rezultati su dobijeni za niz od $L = 17$ atoma pri nametnutim otvorenim graničnim uslovima.



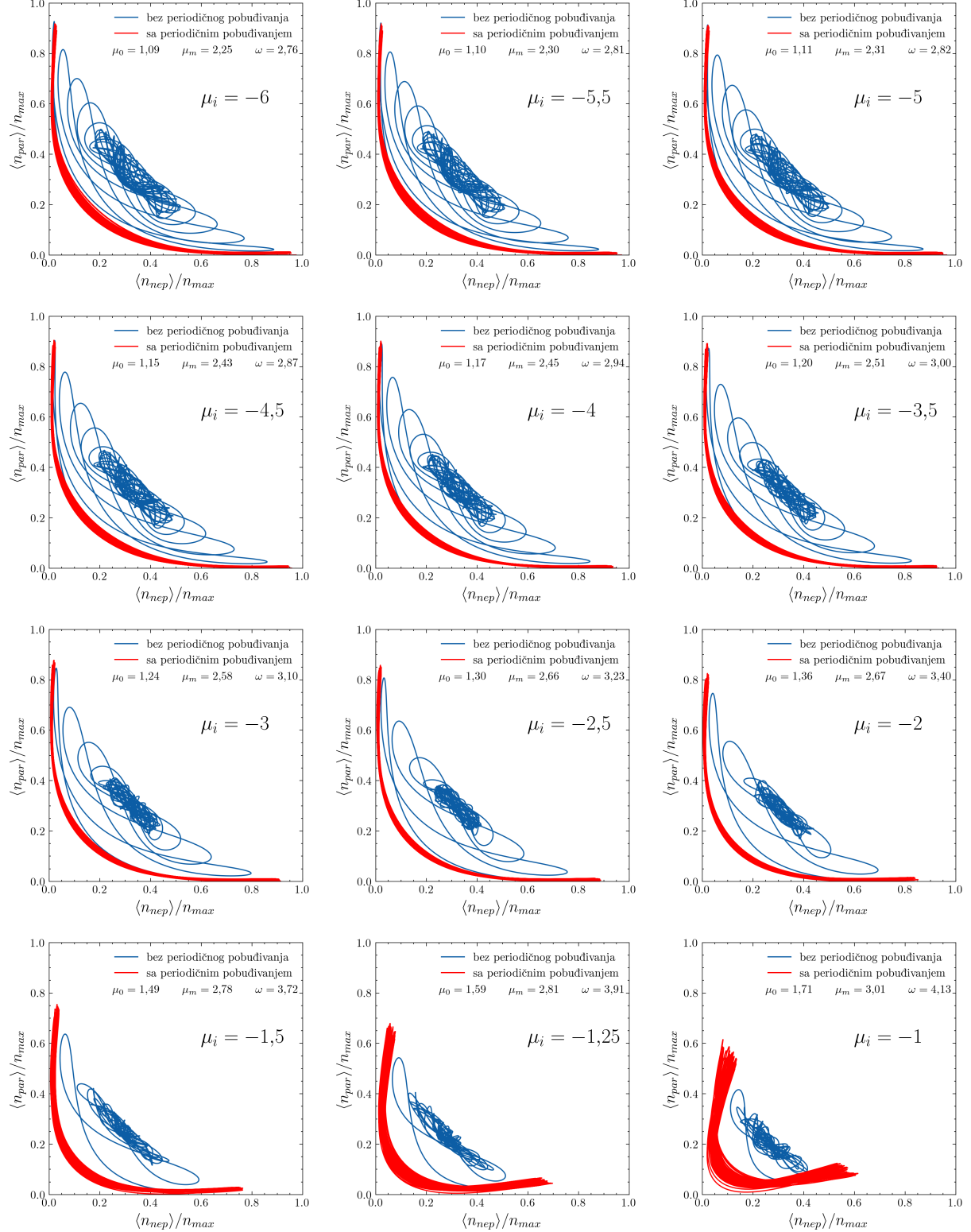
C.3 GRAFICI $\mathcal{C}_2$ FUNKCIJE

Grafici zavisnosti funkcije $\mathcal{C}_2$ od statičkog i amplitudnog hemijskog potencijala pri konstantnoj optimalnoj frekvenciji za osnovna stanja Hamiltonijana $H(\mu_i)$ (2.1) sa hemijskim potencijalom iz intervala $\mu_i \in [-6, -1]$, poredanih sa leva na desno. Rezultati su dobijeni za niz od $L = 17$ atoma pri nametnutim otvorenim graničnim uslovima.



C.4 GRAFICI TRAJEKTORIJA U HILBERTOVOM PROSTORU

Trajektorije u Hilbertovom prostoru osnovnih stanja Hamiltonijana $H(\mu_i)$ (2.1) sa hemijskim potencijalom iz intervala $\mu_i \in [-6, -1]$. Rezultati su dobijeni za niz od $L = 17$ atoma pri nametnutim otvorenim graničnim uslovima.



BIBLIOGRAFIJA

- [1] S. Trotzky, Y. A. Chen, A. Flesch, I. P. McCulloch, U. Schollwöck, J. Eisert, and I. Bloch. Probing the relaxation towards equilibrium in an isolated strongly correlated one-dimensional Bose gas. *Nature Physics*, 8(4):325–330, April 2012.
- [2] Adam M. Kaufman, M. Eric Tai, Alexander Lukin, Matthew Rispoli, Robert Schittko, Philipp M. Preiss, and Markus Greiner. Quantum thermalization through entanglement in an isolated many-body system. *Science*, 353(6301):794–800, August 2016.
- [3] Mark Srednicki. Chaos and quantum thermalization. *Phys. Rev. E*, 50(2):888–901, August 1994.
- [4] J. M. Deutsch. Quantum statistical mechanics in a closed system. *Phys. Rev. A*, 43:2046–2049, Feb 1991.
- [5] Joshua M. Deutsch. Eigenstate thermalization hypothesis. *Reports on Progress in Physics*, 81(8):082001, August 2018.
- [6] Luca D’Alessio, Yariv Kafri, Anatoli Polkovnikov, and Marcos Rigol. From quantum chaos and eigenstate thermalization to statistical mechanics and thermodynamics. *Advances in Physics*, 65(3):239–362, May 2016.
- [7] Dmitry A. Abanin, Ehud Altman, Immanuel Bloch, and Maksym Serbyn. Colloquium: Many-body localization, thermalization, and entanglement. *Reviews of Modern Physics*, 91(2):021001, April 2019.
- [8] Michael Schreiber, Sean S. Hodgman, Pranjali Bordia, Henrik P. Lüschen, Mark H. Fischer, Ronen Vosk, Ehud Altman, Ulrich Schneider, and Immanuel Bloch. Observation of many-body localization of interacting fermions in a quasirandom optical lattice. *Science*, 349(6250):842–845, August 2015.
- [9] Hendrik Weimer, Markus Müller, Igor Lesanovsky, Peter Zoller, and Hans Peter Büchler. A Rydberg quantum simulator. *Nat. Phys.*, 6:382 EP –, Mar 2010. Article.
- [10] Hannes Bernien, Sylvain Schwartz, Alexander Keesling, Harry Levine, Ahmed Omran, Hannes Pichler, Soonwon Choi, Alexander S. Zibrov, Manuel Endres, Markus Greiner, Vladan Vuletić, and Mikhail D. Lukin. Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator. *Nature*, 551(7682):579–584, November 2017.
- [11] Christopher J. Turner, Alexios A. Michailidis, Dmitry A. Abanin, Maksym Serbyn, and Zlatko Papić. Quantum many-body scars. *arXiv e-prints*, page arXiv:1711.03528, November 2017.
- [12] C. J. Turner, A. A. Michailidis, D. A. Abanin, M. Serbyn, and Z. Papić. Quantum scarred eigenstates in a rydberg atom chain: Entanglement, breakdown of thermalization, and stability to perturbations. *Phys. Rev. B*, 98:155134, Oct 2018.
- [13] Eric J. Heller. Bound-state eigenfunctions of classically chaotic hamiltonian systems: Scars of periodic orbits. *Phys. Rev. Lett.*, 53:1515–1518, Oct 1984.
- [14] Maksym Serbyn, Dmitry A. Abanin, and Zlatko Papić. Quantum many-body scars and weak breaking of ergodicity. *Nature Physics*, 17(6):675–685, June 2021.

- [15] Shane Dooley. Robust Quantum Sensing in Strongly Interacting Systems with Many-Body Scars. *PRX Quantum*, 2(2):020330, May 2021.
- [16] Paul Fendley, K. Sengupta, and Subir Sachdev. Competing density-wave orders in a one-dimensional hard-boson model. *Phys. Rev. B*, 69:075106, Feb 2004.
- [17] Zhiyuan Yao, Lei Pan, Shang Liu, and Hui Zhai. Quantum many-body scars and quantum criticality. *arXiv e-print*, 2021.
- [18] Aiden Daniel, Andrew Hallam, Jean-Yves Desaulles, Ana Hudomal, Guo-Xian Su, Jad C. Halimeh, and Zlatko Papić. Bridging quantum criticality via many-body scarring. *Phys. Rev. B*, 107(23):235108, June 2023.
- [19] Dolev Bluvstein, Ahmed Omran, Harry Levine, Alexander Keesling, Giulia Semeghini, Sepehr Ebadi, Tout T. Wang, Alexios A. Michailidis, Nishad Maskara, Wen Wei Ho, Soonwon Choi, Maksym Serbyn, Markus Greiner, Vladan Vuletic, and Mikhail D. Lukin. Controlling many-body dynamics with driven quantum scars in Rydberg atom arrays. *arXiv e-prints*, page arXiv:2012.12276, December 2020.
- [20] Ana Hudomal, Jean-Yves Desaulles, Bhaskar Mukherjee, Guo-Xian Su, Jad C. Halimeh, and Zlatko Papić. Driving quantum many-body scars in the PXP model. *Phys. Rev. B*, 106(10):104302, September 2022.
- [21] Henning Labuhn, Daniel Barredo, Sylvain Ravets, Sylvain de Léséleuc, Tommaso Macrì, Thierry Lahaye, and Antoine Browaeys. Tunable two-dimensional arrays of single Rydberg atoms for realizing quantum Ising models. *Nature*, 534(7609):667–670, June 2016.
- [22] J. R. Schrieffer and P. A. Wolff. Relation between the anderson and kondo hamiltonians. *Phys. Rev.*, 149:491–492, Sep 1966.
- [23] Sergey Bravyi, David P. DiVincenzo, and Daniel Loss. Schrieffer-Wolff transformation for quantum many-body systems. *Annals of Physics*, 326(10):2793–2826, October 2011.
- [24] Rahul Nandkishore and David A. Huse. Many-Body Localization and Thermalization in Quantum Statistical Mechanics. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 6:15–38, March 2015.
- [25] Guo-Xian Su, Hui Sun, Ana Hudomal, Jean-Yves Desaulles, Zhao-Yu Zhou, Bing Yang, Jad C. Halimeh, Zhen-Sheng Yuan, Zlatko Papić, and Jian-Wei Pan. Observation of many-body scarring in a Bose-Hubbard quantum simulator. *Physical Review Research*, 5(2):023010, April 2023.
- [26] Maarten Van Damme, Jad C. Halimeh, and Philipp Hauke. Gauge-Symmetry Violation Quantum Phase Transition in Lattice Gauge Theories. *arXiv e-prints*, page arXiv:2010.07338, October 2020.
- [27] Alexander Keesling, Ahmed Omran, Harry Levine, Hannes Bernien, Hannes Pichler, Soonwon Choi, Rhine Samajdar, Sylvain Schwartz, Pietro Silvi, Subir Sachdev, Peter Zoller, Manuel Endres, Markus Greiner, Vuletić, Vladan , and Mikhail D. Lukin. Quantum Kibble-Zurek mechanism and critical dynamics on a programmable Rydberg simulator. *Nature*, 568(7751):207–211, April 2019.
- [28] Jonathan Wurtz, Alexei Bylinskii, Boris Braverman, Jesse Amato-Grill, Sergio H. Cantu, Florian Huber, Alexander Lukin, Fangli Liu, Phillip Weinberg, John Long, Sheng-Tao

- Wang, Nathan Gemelke, and Alexander Keesling. Aquila: QuEra's 256-qubit neutral-atom quantum computer. *arXiv e-prints*, page arXiv:2306.11727, Jun 2023.
- [29] A. A. Michailidis, C. J. Turner, Z. Papić, D. A. Abanin, and M. Serbyn. Stabilizing two-dimensional quantum scars by deformation and synchronization. *Phys. Rev. Res.*, 2:022065, Jun 2020.
- [30] Aron Kerschbaumer, Marko Ljubotina, Maksym Serbyn, and Jean-Yves Desaulles. Quantum many-body scars beyond the pxp model in rydberg simulators. *Phys. Rev. Lett.*, 134:160401, Apr 2025.